

Numerische Simulation von Verbrennungslärm vorgemischter turbulenter Flammen

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Darmstadt
zur

Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Anna Schwarz

aus Gurjew

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. J. Janicka
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. H. Bockhorn
Tag der Einreichung:	30.01.2012
Tag der mündlichen Prüfung:	24.04.2012

Darmstadt 2013

D17

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Fachgebiet für Energie- und Kraftwerkstechnik an der Technischen Universität Darmstadt. Somit gilt mein besonderer Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Johannes Janicka, der mir nicht nur diese Arbeit ermöglicht hat sondern, während der gesamten Zeit unterstützend zur Seite stand. Er gab mir die Freiheit, das Forschungsthema selbstständig zu gestalten und begleitete meine Arbeit mit nützlichen Hilfestellungen.

Mein Dank gilt weiterhin Herrn Prof. Dr.-Ing. Henning Bockhorn für seine Bereitschaft, das Koreferat für die vorliegende Arbeit zu übernehmen und für die gute Zusammenarbeit im Rahmen der Combustion Noise Initiative.

Ein besonderer Dank gilt an dieser Stelle Herrn Prof. Wolfgang Kollmann, der mir bei der Herleitung der akustischen Quellen mit seinem umfassenden Wissen unermüdlich zur Seite stand und einen fundamentalen Beitrag zum Gelingen dieser Arbeit geleistet hat.

Für eine gute Zusammenarbeit und anregende Diskussionen möchte ich mich bei allen Teilnehmern der Combustion Noise Initiative bedanken. Besonders hervorheben möchte ich dabei Herrn Dr.-Ing. Peter Habisreuther, der nicht nur einen Zugang zu seinem umfassenden Wissen zur Verfügung gestellt hat sondern auch das mühevollen Korrekturlesen der vorliegenden Arbeit auf sich genommen hat.

Für eine angenehme Arbeitsatmosphäre möchte ich mich bei allen Kollegen der Institute für Energie- und Kraftwerkstechnik und Reaktive Strömungen + Messtechnik bedanken. Für fachliche Unterstützung möchte ich mich an dieser Stelle besonders bei Guido Künne bedanken, der immer für Diskussionen und Problemlösungen zur Verfügung stand.

Meinen Freunden und Kollegen Dmitry Goryntsev und Sebastian Müller danke ich für die Unterstützung während meiner Zeit am EKT und darüber hinaus. Sie haben mir geholfen die Zeit am EKT nicht nur lehrreich sondern auch angenehm zu gestalten. Failure is not an option.

Bei allen meinen Freunden und insbesondere bei meiner Schwester, Alena Schwarz, die mich durch alle Höhen und Tiefen begleitet hat und für die moralische Unterstützung während dieser Zeit, möchte ich mich ganz herzlich bedanken.

Ganz besonders dankbar bin ich für die ständige Unterstützung durch meinen Freund und Partner Tobias Keller, der mich auch in den schweren Phasen dieser Arbeit unermüdlich begleitet hat und mir jederzeit zur Seite stand. Dieser Rückhalt gibt mir immer wieder die Kraft, meinen wichtigen Ziele unbeirrt zu folgen.

Darmstadt, im Winter 2012

Anna Schwarz

*Es soll sich regen, schaffend handeln,
Erst sich gestalten, dann verwandeln;
Nur scheinbar steht's Momente still.
Das Ewige regt sich fort in allen:
Denn alles muss in Nichts zerfallen,
Wenn es im Sein beharren will.*

JOHANN WOLFGANG VON GOETHE

Hiermit erkläre ich an Eides statt, dass ich die vorliegende Dissertation selbstständig verfasst und keine anderen als die von mir angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Ich erkläre außerdem, dass ich bisher noch keinen Promotionsversuch unternommen habe.

Anna Schwarz

Darmstadt, den 30. 01. 2012

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Stand der Forschung	2
1.3	Struktur der Arbeit	3
2	Turbulente Strömung und Verbrennung	5
2.1	Turbulente Strömung	5
2.1.1	Grundlegende Gleichungen	5
2.1.1.1	Zusammenfassung der Gleichungen	8
2.1.2	Turbulenz	9
2.1.3	Modellierung turbulenter Strömungen	10
2.2	Verbrennung	15
2.2.1	Chemische Reaktionen im Verbrennungssystem	15
2.2.2	Flammentypen	16
2.3	Modellierung vorgemischter Flammen	22
2.3.1	G-Gleichungsmodell	22
2.3.2	Künstlich verdickte Flammen	24
2.3.3	Flammenflächendichtemodell	27
2.3.4	Eddy-Break-Up Modell für LES	28
2.3.5	PDF-Modell	28
3	Grundlagen der Akustik	31
3.1	Grundbegriffe der Akustik	31
3.2	Wellengleichung und akustische Analogie	32
3.2.1	Wellengleichung	32
3.2.2	Akustische Analogie	33
3.3	Kompressible Euler-Gleichungen	34
3.4	Linearisierte Euler-Gleichung	34
3.5	Interaktion zwischen Verbrennung und Akustik	36
3.5.1	Hybrider Ansatz zwischen CFD und CAA	36
3.5.2	Formulierung akustischer Quellterme	39
4	Numerische Methoden	43
4.1	Numerische Methoden der Strömungssimulation	43
4.1.1	Numerische Methoden in FLOWSI	43
4.1.2	Numerische Methoden in FASTEST	49
4.2	Numerische Methoden der aeroakustischen Simulation	55
4.2.1	Numerische Methoden in CLAWPACK	55
4.2.2	Numerische Methoden in PIANO	58

4.3	Kopplung zwischen CFD und CAA	61
4.3.1	Kopplung von FLOWSI und CLAWPACK	61
4.3.2	Kopplung von FASTEST und PIANO	63
5	Ergebnisse und Diskussion	65
5.1	Experimenteller Aufbau des Tecflam-Brenners	65
5.2	Tecflam-Brenner simuliert mithilfe der G-Gleichung und FLOWSI/CLAWPACK .	69
5.2.1	Ergebnisse der Strömung	71
5.2.2	Ergebnisse der Akustik	73
5.3	Tecflam-Brenner simuliert mit ATF-Modell mithilfe PIANO/FASTEST	80
5.3.1	Strömungsergebnisse	81
5.3.2	Ergebnisse der Akustik	84
5.4	Vergleich der Ergebnisse	91
5.4.1	Modellierung der turbulenten Flammengeschwindigkeit s_T	91
5.4.2	Vergleich der akustischen Quellterme	91
6	Zusammenfassung und Ausblick	95
	Literatur	97
	Abbildungsverzeichnis	104

Nomenklatur

Große lateinische Buchstaben

Unit

δA	Fläche eines KV	m^2
δV	Volumen eines KV	m^3
\mathbb{A}	Systemmatrix	—
\mathbb{B}	Systemmatrix	—
\mathbb{C}	Systemmatrix	—
A	Fläche	m^2
B	Limiter-Funktion	—
C_P	Wärmekapazität	J / kgK
C_s	Parameter des Smagorinsky Modells	—
D_α	Diffusionskoeffizient der Spezies α	m^2 / s
D_{th}	Thermische Diffusivität	m^2 / s
E	Energie / Effizienzfunktion	$\text{kgm}^2 / \text{s}^2$
F	Aufdickungsfaktor	—
G	Flammenskalar	—
G_0	Wert des Flammenskalar an der Flammenoberfläche	—
J_i	Schallintensitätsvektor	kg / s^3
$J_i^{Y_\alpha}$	Massenbruch-Flussvektor von Spezies α	—
L_J	Schallintensität	dB
L_P	Schallleistung	dB
L_p	Schalldruck	dB
M	Molare Masse	kg / kmol
N_R	Anzahl Reaktionen	—
P	Schallleistung	$\text{kgm}^2 / \text{s}^3$
Q_d	Akustischer Quellterm	$\text{kg} / \text{m}^3 \text{s}^2$
R	Spezifische Gaskonstante	$\text{m}^2 \text{s}^2 / \text{K}$
S_{geo}	Geometrische Drallzahl	—
S_{ij}	Deformationsgeschwindigkeitstensor	$1 / \text{s}$
T	Temperatur	K
T_{ij}	Lighthill-Tensor	kg / ms^2
T_{ij}	Spannungstensor	kg / ms^2
Y_α	Massenbruch von Spezies α	—
Z	Mischungsbruch	—

Kleine lateinische Buchstaben

Unit

\mathbf{q}	akustischer Zustandsvektor	—
c	Schallgeschwindigkeit	m / s

d_{ij}	Deviatorischer Spannungstensor	kg / ms ²
f	Mischungsbruch	—
g	Gravität	m / s ²
h	Enthalpie	kgm ² / s ²
k_f	Geschwindigkeitskoeffizient der Vorwärtsreaktion	m ³ / mols
l_0	Integrales Längenmaß	m
l_f	Flammendicke	m
l_t	Turbulenten Längenmaß	m
m	Masse	kg
n	Normalenvektor	—
p	Druck	kg / ms ²
q_i	Wärmeflussvektor	J / m ² s
r_b	Reaktionsgeschwindigkeit der Rückwärtsreaktion	mol / m ³ s
r_f	Reaktionsgeschwindigkeit der Vorwärtsreaktion	mol / m ³ s
s_L	Laminare Brenngeschwindigkeit	m / s
s_T	Turbulente Flammengeschwindigkeit	m / s
u	Geschwindigkeit	m / s
x_i	Koordinaten in Raumrichtungen	m

Große griechische Buchstaben

Unit

Δ	Räumliche Filterweite	m
Λ	Markstein Länge	m
Φ	Äquivalenzverhältnis	—
Σ	Flammenflächendichte	1 / m
Θ	Fortschrittsvariable	—
Ξ	Verwinkelungsfaktor	—

Kleine griechische Buchstaben

Unit

α	Volumenanteil vom verbranntem oder unverbranntem Gemisch	—
δ_l^0	Flammendicke	m
δ_{ij}	Kronecker Symbol, $\delta_{ij} = 1$ für $i = j$ und $\delta_{ij} = 0$ für $i \neq j$	—
ϵ	Dissipationsrate	m ² / s ³
η	Kolmogorov-Länge	m
γ	spezifische Wärmekapazität	—
κ	Flammenkrümmung	—
λ	Wärmeleitfähigkeit	kgm / Ks ³
μ	Dynamische Viskosität	kg / ms
ν	Kinematische Viskosität	m ² / s
ν_t	Turbulente kinematische Viskosität	m ² / s
ν_{eff}	Effektive Viskosität	m ² / s
ω	Oszillationsfrequenz	1 / s
ω_α	Chemischer Quellterm von Spezies α	kg / m ³ s
ϕ	Allgemeiner Skalar	—
ρ	Dichte	kg / m ³
τ_c	chemische Skalen	m
τ_r	Reaktionszeit	s
τ_t	turbulente Skalen	m

 τ_η Kolmogorov-Zeit

s

Tiefgestellte Indizes

eq Gleichgewicht
 n, s, e KV-Seitenflächenzentren
 NE, NW Berechnungspunkte
 P, N, S, E Berechnungspunkte
 st Stöchiometrie

Hochgestellte Indizes

$'$ Schwankungsgröße
 $''$ Feinstrukturanteil der Favre-gefilterten Größe
 $n + 1$ Zeitschritt $n + 1$
 sgs Feinstruktur

Operatoren und Symbole

$\check{\phi}$ Oberflächenfilter
 $\dot{\phi}$ Zeitliche Ableitung von ϕ
 $\overline{\phi}$ Mittelwert von ϕ
 $\widetilde{\phi}^2$ Varianz der gefilterten Größe ϕ
 ϕ Favre-gefilterte Variable ϕ

Abkürzungen

CAA Computational Aero Acoustics
 CDS Central Differencing Scheme
 CFD Computational Fluid Dynamics
 CFL Courant-Friedrich-Lewy Kriterium
 DNS Direkte Numerische Simulation
 FEM Finite Elemente Methode
 FFT Fast-Fourier-Transformation
 FVM Finite Volumen Methode
 KV Kontrollvolumen
 LES Large Eddy Simulation
 RANS Reynolds Averaged Navier-Stokes
 RMS Root Mean Square (Standardabweichung)

Dimensionslose Kennzahlen

Da Damköhler-Zahl
 Ka Karlowitz-Zahl
 Le Lewis-Zahl
 Ma Mach-Zahl
 Nu Nusselt-Zahl
 Pr Prandtl-Zahl
 Re Reynolds-Zahl
 Sc Schmidt-Zahl

1 Einleitung

1.1 Motivation

Die Nachfrage nach Energie wächst in der heutigen Welt dramatisch, wobei die Menge an vorhandenen Ressourcen sehr schnell stagniert. Zur Umwandlung der Energie gibt es mehrere Wege. So gibt es beispielsweise die galvanischen Zellen, in denen chemisches Potential in elektrische Energie umgewandelt wird, oder die Energieumwandlung aus erneuerbaren Energien wie z.B. Windkraftanlagen, Staudämme oder Solarenergie. Trotz starker Bestrebungen, regenerative Energiequellen zu erschließen, basieren laut der *International Energy Agency* aktuell 80% der bereitgestellten Energie [1] auf fossilen Brennstoffen, so dass die Rolle der Verbrennung in diesem Zusammenhang nicht unerheblich ist. Die Aussage über die Dauerhaftigkeit der Erdressourcen zur Energiegewinnung variieren sehr stark. Die Nutzbarkeit von Öl- und Gasvorkommen wird auf etwa weitere eins bis zwei Jahrhunderte geschätzt, bei Kohle sind es in etwa drei.

Die Pflicht der nächsten Generationen besteht darin, zum einen die Effizienz der Energieumwandlungsprozesse erheblich zu steigern, zum anderen den Schadstoffausstoß, speziell bei der Verbrennung, zu senken. Auf lange Sicht werden andere Energiequellen entwickelt werden müssen, um dauerhaft den Energiebedarf der Welt zu decken.

Um diese Aufgaben bewältigen zu können ist es notwendig, die einzelnen Prozesse der Energieumwandlung genau zu erforschen. Dabei spielt neben experimentellen Untersuchungen auch der Einsatz der numerischen Simulation eine sehr große Rolle. In den letzten Jahren ist CFD (*engl.* Computational Fluid Dynamics), die zur numerischen Abbildung turbulenter Strömungen eingesetzt wird, zu einem sehr wichtigen Werkzeug in Bereichen der Energieumwandlung geworden. Die heute üblichen Modelle, wie z.B. RANS (*engl.* Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations), können die Realität zwar nicht zu 100% abbilden, dennoch ist die Genauigkeit so hoch, dass man gerade am Anfang der Entwicklung auf mehrere kostspielige Versuchsaufbauten verzichten und mit einer Simulation die ersten Einschätzungen am zu entwickelnden Gegenstand vornehmen kann. Da die Speicher- und Rechenleistung der heutigen Computer ständig wächst, wird in der nächsten Zeit auch die LES (*engl.* Large Eddy Simulation) in die Industrie Einzug halten. Diese bietet gegenüber der RANS deutliche Vorteile im Bezug auf Genauigkeit und Realitätsnähe der Vorhersagen. Da die Genauigkeit der numerischen Abbildungen proportional zur verfügbaren Rechenleistung steigt, gewinnt auch die numerische Simulation in Bereichen der Verbrennungsforschung an Bedeutung.

Neben der Frage nach effizienter Verbrennung sind auch die Schallemissionen in den letzten dreißig Jahren zu einem wichtigem Thema geworden. Gerade in Bereichen der Luftfahrt sowie im Straßen- und Schienenverkehr wird die Reduktion der Schallemissionen nicht nur zur Frage der sozialen Akzeptanz, sondern zu einem wichtigen Faktor in der Wettbewerbsfähigkeit.

Es gibt jedoch Bereiche in der Industrie, in denen der Schall zu einem Design-Merkmal wird, beispielsweise bei der Gestaltung elektrischer Zahnbürsten, bei der das Geräusch modelliert wird, weil der Kunde eine bestimmte Frequenz als angenehm empfindet und diese ihm zusätzlich ein

Gefühl gibt, optimale Leistung bei der Zahnpflege anzuwenden. Weiterhin findet man solche Beispiele in der Automobilindustrie, in der nicht nur um die Schallemissionen der Auspuffanlagen explizit so zu gestalten, dass die Leistung eines PKWs hörbar wird, sondern auch das Schließgeräusch der Türen, Motorhauben und Kofferraumklappen optimiert wird.

Allerdings sind Schallemissionen in den Bereichen der Luft- und Raumfahrt, des Straßen- und Schienenverkehrs, Windanlagen, technischer Anlagenbau und vielen weiteren mehr nicht erwünscht, so dass die Thematik der Schallreduktion in den Vordergrund der wissenschaftlichen Debatte und Entwicklung rückt. Dabei sind die Ursachen für die Schallemissionen genauso entscheidend wie auch unterschiedlich. In den meisten Bereichen überwiegt der Anteil des Strömungslärms, wie z.B. im Bau der Windanlagen, Straßen- und Schienenverkehr, im Bereich der Luft- und Raumfahrt. Werden technische Anlagen wie beispielsweise Transformatoren gebaut, so steht der durch Schwingungen induzierte Schall im Mittelpunkt. Im Zuge des technischen Fortschritts, gewinnt jedoch eine andere Lärmart an Bedeutung, und zwar der Verbrennungslärm. Zum Beispiel sind moderne Brennkammern mit niedrigem Schadstoffausstoß rund 5 - 8 dB lauter als ihre Vorgänger, woraus sich die Notwendigkeit zur Erforschung der Schallreduktion im Rahmen der Verbrennungstechnik ableitet.

Turbulente Strömungen, denen stochastische Schwankung aller Größen zu eigen ist, bedingen auch Schwankungen der Wärmefreisetzung, die in der Folge Schallemissionen verursachen. Nicht nur der Lärmpegel ist von einer großen Bedeutung, sondern die dabei entstehenden Resonanzeffekte können ebenfalls zu großen Druckschwankungen führen und damit die zusätzliche mechanische Belastung der Bauteile, die zum Versagen führen kann, hervorrufen.

Es stellt demnach eine besondere Herausforderung dar, das Gebiet der reaktiven turbulenten Strömungen mit dem Gebiet der Akustik zu vereinen und, darauf aufbauend, die Auswirkungen vom verbrennungsinduzierten Schall zu untersuchen.

1.2 Stand der Forschung

Large Eddy Simulation ist eine Technik, bei der die kleinsten Skalen der Strömung durch Filteroperationen entfernt werden und deren Auswirkungen auf die Strömung durch Subgrid-Scale Modelle abgebildet werden. Diese Vorgehensweise ermöglicht eine genaue Abbildung der großen und damit auch der strömungsrelevanten Skalen, wobei die Effekte der kleinen Skalen durch Modelle abgebildet werden. Dies führt dazu, dass qualitativ sehr gute Ergebnisse bei relativ geringen Kosten erzielt werden können. Die LES wird im Rahmen dieser Arbeit zur numerischen Beschreibung turbulenter Strömungen, gekoppelt mit chemischen Mechanismen reagierender Strömungen, eingesetzt. Bei der Beschreibung des Gesamtphänomens geht es darum, eine möglichst optimale Balance zwischen numerischem Aufwand und erzielter Detailgenauigkeit zu finden.

In Bezug auf Large Eddy Simulation reaktiver Strömungen wurden in den letzten Jahren sehr große Fortschritte erreicht. LES wurde äußerst erfolgreich für verschiedene Konfigurationen eingesetzt. Primäre Aufgabe war die Vorhersage des Strömungsfeldes und des chemischen Systems. Im Rahmen der Erforschung der Diffusionsflammen sind die Arbeiten von Poinso und Veynante [112], Fröhlich [39], Forkel [34], Freitag [35], Pitsch [76] und Kempf [50] von großer Bedeutung. Zur Simulation vorgemischter Flammen gab es wichtige Beiträge von Butler&O'Rourke [13], Kerstein [51], Düsing[28], Freitag [36], Künne et.al. [60] um nur ein paar zu nennen.

Zur numerischen Untersuchung der Akustik von turbulenten, reagierenden Strömungen ist es ausschlaggebend, die akustischen Quellen einer Flamme zu identifizieren und zu charakterisieren. Durch theoretische und experimentelle Untersuchungen von Bragg[10] und Smith[100] wurde

die turbulente Flamme als niederfrequente Monopolquelle identifiziert. Daraus ergab sich die Annahme, dass eine Flamme durch die Volumenänderung als Folge von Verbrennung im akustischen Fernfeld als Monopolquelle agiert. Nachdem Lighthill [68], [69] die Akustikanalogie veröffentlicht hat, wurde von Kotake&Hatta [58] eine inhomogene Wellengleichung formuliert, bei der die Effekte einer reaktiven Strömung berücksichtigt wurden. Seit der Zeit wurden viele Versuche unternommen, Verbrennungslärm zu beschreiben und eine Theorie zur Vorhersage der Thermoakustik einer turbulenten Flamme zu entwickeln [85], [56], [5], [2], [16], [59]. Weitere Analysen zur Vorhersage des Verbrennungslärms wurden von Strahle [103] veröffentlicht, in denen die akustische Analogie von Lighthill verwendet wurde um die Wellengleichung aus Erhaltungsgleichungen für reagierende Strömungen herzuleiten.

Nach dem Veröffentlichen der experimentellen Ergebnisse von Price [83], in denen das akustische Fernfeld im Zusammenhang mit CH-Emissionen dargestellt werden konnte, hat Strahle [103] eine Studie publiziert, welche eine direkte Relation zwischen akustischem Druck und dem Volumenintegral der zeitlichen Ableitung der globalen Reaktionsrate aufzeigen konnte. Der Kern der Theorie ist, dass das akustische Feld für Schallausbreitung als isotrop zu betrachten ist, solange die Wellenlänge größer ist als das charakteristische Längenmaß der Flamme. In der Forschung des Verbrennungslärms bei kleinen Machzahlen wurde der Effekt der Wärmefreisetzung als dominante akustische Quelle präsentiert [103], [53], [46], [17].

Es gibt die Möglichkeit, die Ausbreitung eines akustischen Feldes mit kompressibler Formulierung der Erhaltungsgleichungen zu beschreiben [95], [118], bei der das akustische Feld direkt dargestellt wird. Da diese jedoch sehr kostspielig ist im Hinblick auf Rechenzeit, wird in dieser Arbeit eine hybride LES/CAA-Kopplung verwendet, die inkompressible LES-Gleichungen, die keine Informationen zur akustischen Ausbreitung enthalten, mit CAA-Gleichungen, die das Fortschreiten der akustischen Wellen beschreiben, koppelt. Dieses Vorgehen wurde bereits erfolgreich eingesetzt bei Flemming [32], Bui [12], Ewert et.al. [30]. Es existieren mehrere Formulierungen akustischer Quellen, die das Hauptelement der Kopplung zwischen CFD und CAA darstellen. Auf der einen Seite gibt es die APE (Acoustic Perturbation Equations) nach Bui [12] und Ewert [29] auf der anderen die Wärmefreisetzung als akustische Quelle nach Klein [53]. Von Flemming [32] wurden einige Formulierungen der akustischen Terme für Diffusionsflammen untersucht.

Diese Arbeit ist der Herleitung akustischer Quellterme für vorgemischte Flammen gewidmet, welche vom Modell der Large-Eddy-Simulation abhängig sind.

1.3 Struktur der Arbeit

Diese Arbeit ist in sechs Kapitel unterteilt. Das erste Kapitel ist die Einleitung, welche Motivation und Hintergründe dieser Arbeit enthält.

Kapitel zwei beschäftigt sich mit den Eigenschaften der turbulenten und reagierenden Strömungen, weiterhin werden Modellansätze zur Simulation dieser Strömungen im LES-Kontext vorgestellt. Es teilt sich in zwei Unterkapitel, im ersten wird die turbulente Strömung beschrieben, im zweiten Unterkapitel wird auf die reagierenden Strömungen eingegangen.

Im dritten Kapitel werden Grundbegriffe der Akustik und ihre Anwendungen auf reagierende Strömungen vorgestellt.

In Kapitel vier werden Methoden zur Modellierung von Vormischflammen und akustischer Ausbreitung beschrieben, die für die Simulation einer LES/CAA-Kopplung notwendig sind. In der vorliegenden Arbeit wurden vier verschiedene Programme für die Simulation benutzt. Zu Beginn wurde für die CFD ein Programm namens FLOWSI verwendet, welches an das akustische Simulations-

werkzeug CLAWPACK gekoppelt wurde. Anschließend wurde das Strömungssimulationsprogramm FASTEST in Kopplung mit PIANO als akustisches Werkzeug für einen weiteren Testfall verwendet.

In Kapitel fünf wird der im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Tecflam-Brenner präsentiert. Im ersten Unterkapitel wird der Aufbau des Brenners erläutert und die experimentellen Untersuchungen an der Flamme und an der Akustik vorgestellt. Numerische Simulationen der Flamme erfolgten einmal mithilfe der G-Gleichung und mit dem ATF-Modell. Im zweiten Unterkapitel wird die Formulierung der neu entwickelten akustischen Quelle anhand beider Modelle eingehend untersucht, mit den ursprünglichen Formulierungen verglichen und qualitativ mithilfe experimenteller Ergebnisse validiert.

Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf künftige Entwicklungen im Bereich der Simulation von Verbrennungslärm in Kapitel sechs ab.

2 Turbulente Strömung und Verbrennung

Dieses Kapitel stellt die Eigenschaften der turbulenten und reagierenden Strömungen dar, weiterhin werden Modellansätze für die Simulation dieser Strömungen im LES-Kontext vorgestellt. Es teilt sich in zwei Unterkapitel. Im ersten Unterkapitel wird die turbulente Strömung beschrieben, im zweiten wird auf die reagierenden Strömungen eingegangen.

2.1 Turbulente Strömung

Dieses Unterkapitel gibt einen Überblick über die numerische Simulation von Strömungen. Im ersten Abschnitt werden grundlegende Gleichungen zur Strömungssimulation dargestellt und erläutert, der zweite Teil beschreibt das Phänomen der Turbulenz und geht dabei ausführlich auf die Modellierung der Strömung durch Large-Eddy-Simulation ein. Für eine allgemeine, ausführliche Darstellung der Simulation von Strömungen wird an dieser Stelle auf Spurk [102] und Chadwick [14] verwiesen.

2.1.1 Grundlegende Gleichungen

Als newtonsches Fluid wird eine Flüssigkeit oder ein Gas, bezeichnet dessen Schubspannung τ proportional zur Schergeschwindigkeit ist:

$$\tau = \nu \frac{du}{dy} \quad (2.1)$$

Zur Beschreibung der Bewegung newtonscher Fluide werden Erhaltungsgleichungen verwendet. Dabei wird vorausgesetzt, dass sich das Fluid wie ein Kontinuum verhält, was im Kontext der zu betrachtenden turbulenten Verbrennungssysteme gerechtfertigt ist. Daraus resultiert als erstes die Gleichung der Massenerhaltung, die nichts anderes bedeutet, als dass es keine Massenquellterme in einem System gibt und die zu- und abströmende Masse somit immer gleich ist.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (2.2)$$

Diese Gleichung wird auch als Kontinuitätsgleichung bezeichnet.

Des Weiteren wird die Impulserhaltungsgleichung eingeführt, die, auf Grundlage des Newtonschen Gesetzes, besagt, dass Masseteilchen ohne externe Krafteinwirkung ihre Geschwindigkeit nicht ändern.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i \quad (2.3)$$

Dies entspricht der lokalen Momentenänderung durch konvektiven Transport und den auf die einzelnen Teilchen einwirkenden Kräften wie Deformation, Druck und Gravitation. Der erste Term der rechten Seite enthält den Gradienten des Reibungsspannungstensors τ_{ij} , der zweite stellt den Druckgradienten und der dritte Term die Gravitation dar.

Der Grundsatz der Energieerhaltung wird durch die Enthalpiegleichung berücksichtigt und stellt damit den 1. Hauptsatz der Thermodynamik dar:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j h) = T_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{Dp}{Dt} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.4)$$

Der erste Term auf der rechten Seite stellt die Dissipationsfunktion dar, der zweite die reversible Arbeit aufgrund der Druckänderung. Der dritte Term beschreibt die Wärmeflussänderung, in der ebenfalls die Materialeigenschaften berücksichtigt werden. Der Wärmeflussvektor wird in der Gleichung 2.11 genau definiert. Der Einfluss der Strahlung wird in dieser Form der Energiegleichung vernachlässigt. Chemische Quellterme werden durch die Einführung der Referenz- bzw. Bildungsenthalpie bei Enthalpieproduktion vernachlässigt:

$$h = \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} h_\alpha Y_\alpha \quad (2.5)$$

und

$$h_\alpha = h_{0,\alpha} + \int_{T_0}^T c_{p,\alpha} dT \quad (2.6)$$

Da die vorliegende Arbeit sich mit reagierenden Strömungen beschäftigt, darf der Erhaltungssatz der einzelnen Spezies nicht vernachlässigt werden. Für jede Spezies oder Skalar ϕ gibt es eine Transportgleichung, welche die Massenströme der jeweiligen Spezies bilanziert. Sie lautet:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j Y_\alpha) = -\frac{\partial}{\partial x_i}(J_i^{Y_\alpha}) + \omega_\alpha \quad (2.7)$$

Dabei handelt es sich beim Y_α um Speziesmassenbruch, der folgendermaßen definiert ist:

$$Y_\alpha = \frac{m_\alpha}{m} \quad (2.8)$$

wobei m_α die Masse der Spezies α und m die Gesamtmasse des Stoffgemisches ist.

Der erste Term der rechten Seite von der Gl. 2.7 beschreibt die Stoffeigenschaften durch den Massenbruch-Flussvektor $J_i^{Y_\alpha}$, beim zweiten Term handelt es sich um einen Quellterm, der die stoffliche Umsetzung infolge chemischer Reaktion darstellt.

Die Eigenschaften der Fluide lassen sich im Rahmen dieser Arbeit durch einen linearen Zusammenhang zwischen den Komponenten des Spannungstensors und des Deformationsgeschwindig-

keitstensors beschreiben:

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} - \mu \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.9)$$

Der Massenbruch-Flussvektor definiert sich als:

$$J_j^{Y_\alpha} = -\rho D_\alpha \frac{\partial Y_\alpha}{\partial x_j} \quad (2.10)$$

nach dem Fick'schen-Gesetz, wobei der Diffusionskoeffizient D_α maßgeblich die Speziesdiffusion beschreibt.

Der Wärmeflussvektor q_i wird unter Verwendung vom Fourierschen Gesetz folgendermaßen formuliert:

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} + \sum_{\alpha}^{N_s} h_\alpha J_i^{Y_\alpha} \quad (2.11)$$

Unter der Berücksichtigung der vorhergehenden Ausführungen ergibt sich folgende Enthalpiegleichung:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i h) = -\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\lambda}{C_P} \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \sum h_\alpha \left[\left(\frac{\lambda}{C_P} - \rho D_\alpha \right) \frac{\partial Y_\alpha}{\partial x_i} \right] \quad (2.12)$$

Einige Terme auf der rechten Seite der Enthalpiegleichung können im Rahmen dieser Arbeit vernachlässigt werden. Dies kann geschehen, wenn folgende Annahmen zutreffen:

- Der Term $\frac{\partial p}{\partial t}$ verliert an Relevanz solange das Gesamtdruckniveau annähernd konstant ist, was bei offenen Konfigurationen der Fall ist. Auch für den Fall der Verbrennungssakustik kann diese Annahme getroffen werden, aber nur, wenn der akustische Druck separat vom Strömungsfeld betrachtet wird.
- Durch die niedrige Machzahl sind die kompressiblen Wärmeeffekte, die durch den Term $\frac{\partial(pu_i)}{\partial x_i}$ beschrieben werden, ebenfalls vernachlässigbar.
- Der letzte Term auf der rechten Seite kann vernachlässigt werden, wenn der Massendiffusionskoeffizient proportional zum thermischen Diffusionskoeffizienten ist. In diesem Fall ist die Lewis-Zahl $Le=1$:

$$Le = \frac{\lambda}{\rho C_P D_\alpha} \quad (2.13)$$

Unter Berücksichtigung dieser Annahmen schreibt sich die Enthalpiegleichung wie folgt:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i h) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\lambda}{C_P} \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) \quad (2.14)$$

Diese Formulierung eignet sich für den Gebrauch in der Strömungssimulation.

Neben der Energiebilanz, welche den 1. Hauptsatz der Thermodynamik darstellt, ist auch die Entropie und somit der 2. Hauptsatz der Thermodynamik in dieser Arbeit von Bedeutung. Ba-

sierend auf der Gibbs'schen Fundamentalgleichung:

$$Tds = de + pdv \quad (2.15)$$

wird unter der Annahme eines idealen Gases eine Beziehung zwischen Dichte und Druck unter der Berücksichtigung von Entropieänderungen formuliert, wie bereits von Ewert et al. [29] vorgeschlagen. Mithilfe der kalorischen Zustandsgleichung

$$de = C_V dT, \quad dh = C_P dT \quad (2.16)$$

wird die thermische Zustandsgleichung für ideale Gase der Form:

$$p = \rho RT \quad (2.17)$$

folgendermaßen geschrieben:

$$dp = d\rho RT + \rho R dT \quad (2.18)$$

oder

$$dT = \frac{dp}{\rho R} - \frac{d\rho T}{\rho} \quad (2.19)$$

Unter der Berücksichtigung der Definitionen der Isentropenexponenten $\gamma = C_P/C_V$ und der Beziehung der allgemeinen Gaskonstante $R = C_P - C_V$ sowie des Zusammenhangs $dv = -\frac{1}{\rho^2}d\rho$ ergibt sich folgende Beziehung:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{\gamma} \frac{dp}{p} - \frac{ds}{C_P} \quad (2.20)$$

Dieser Zusammenhang ist ausschlaggebend für die Herleitung der akustischen Quelle, die in Kapitel 3 vorgestellt wird.

Für Gasgemische, die im Rahmen dieser Arbeit betrachtet werden, gilt für C_V und C_P folgender Zusammenhang:

$$C_P = \sum Y_\beta C_{P\beta} \quad C_V = \sum Y_\beta C_{V\beta}. \quad (2.21)$$

2.1.1.1 Zusammenfassung der Gleichungen

Die zur Beschreibung der turbulenten Systeme notwendige Gleichungen wurden in diesem Unterkapitel vorgestellt. Die Gültigkeit erstreckt sich sowohl auf isotherme als auch auf nicht isotherme Mehrkomponentensysteme. Für einen besseren Überblick wird das System der gekoppelter, partieller Differentialgleichungen hier noch einmal zusammengefasst:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j Y_\alpha) = -\frac{\partial}{\partial x_i}(J_i^{Y_\alpha}) + \omega_\alpha \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i h) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\lambda}{C_P} \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) \quad (2.25)$$

2.1.2 Turbulenz

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über das Phänomen der Turbulenz und beschreibt das grundlegende Konzept zum Verständnis und zur numerischen Beschreibung turbulenter Strömungen. Turbulenz kann als Fluktuation aller lokalen Eigenschaften an einem bestimmten Punkt beschrieben werden. Diese kann durch Auftreten von Wirbelstrukturen, Eddys in verschiedenen Größen, Längen- und Zeitskalen charakterisiert werden.

Zur Charakterisierung der Turbulenz wurde die Reynolds-Zahl Re eingeführt, ein dimensionsloser Faktor, der nach dem Physiker Osborne Reynolds benannt wurde [86]. Die Definition basiert auf der charakteristischen Geschwindigkeit U und der Längenskala L , die beiden sind bezüglich der globalen geometrischen Skalen zu betrachten, sowie der kinematischen Viskosität als Fluideigenschaft:

$$Re = \frac{UL}{\nu} \quad (2.26)$$

Die Reynolds-Zahl kann als Verhältnis der destabilisierenden Trägheit zur stabilisierenden Viskosität interpretiert werden, d.h. je höher die Reynolds-Zahl ist, desto turbulenter ist auch die dazugehörige Strömung.

Die Verteilung der kinetischen Energie auf verschiedene Längenskalen bezeichnet man als Energiekaskade. Die großen, energiereichen Wirbel werden in Bereichen des Strömungsfeldes erzeugt, das starke Geschwindigkeitsgradienten der mittleren Strömung aufweist. Durch Scherung in den Randbereichen der großen Wirbel entstehen dort neue Strukturen, die in ihrer räumlichen Ausdehnung kleiner sind. Zuletzt wird die Energie in kleinen Längenskalen im Dissipationsbereich in Wärme umgewandelt. Diesen Prozess verdeutlicht noch einmal die Abbildung 2.1. Daraus wird ersichtlich, dass die Größe der turbulenten Wirbel nach unten begrenzt ist. Der Einfluss von viskosen Kräften steigt mit abnehmender Wirbelgröße bis schließlich auch die kleinen Wirbel dissipiert werden. Entscheidend für die Größe der kleinsten Skalen η , der Geschwindigkeit u_η und der Zeit τ_η sind die Dissipationsrate ϵ und die Viskosität μ . Die Dissipationsrate beschreibt die Rate der kinetischen Energie, die in Wärme umgewandelt wird. Es ergeben sich die kleinsten Strukturen:

$$\eta = \left(\frac{\mu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \quad u_\eta = (\epsilon \mu)^{1/4} \quad \tau_\eta = \left(\frac{\mu}{\epsilon} \right)^{1/2} \quad (2.27)$$

Generell wird eine turbulente Strömung vollständig durch fundamentale Erhaltungsgleichungen (2.2, 2.3, 2.7 und 2.12) beschrieben. Für technisch relevante Konfigurationen ist dieser direkte Ansatz aufgrund ihrer hohen Komplexität jedoch nicht anwendbar. Daher existiert eine ganze Reihe von Ansätzen, die zur Turbulenzmodellierung verwendet werden, welche im folgenden Unterkapitel genau beschrieben werden.

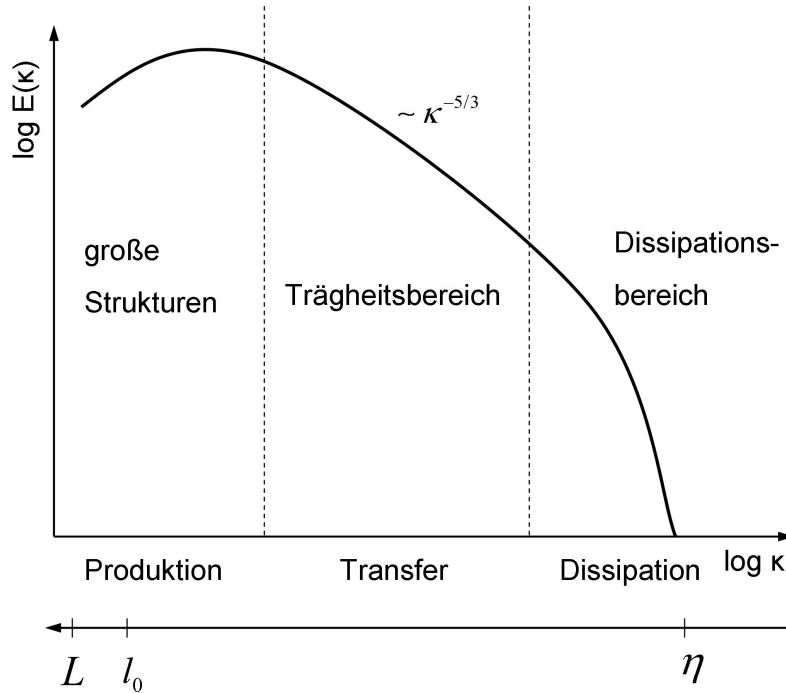


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung des Spektrums der kinetischen Energie $E(\kappa)$ als Funktion der Wellenzahl κ

2.1.3 Modellierung turbulenter Strömungen

Es existieren mehrere Methoden zur Simulation turbulenter Strömungen. In diesem Kapitel werden die verbreitetsten davon präsentiert, wie etwa die RANS, LES und DNS, wobei besonderes Augenmerk auf die Grobstruktursimulation (LES) gelegt wird, weil diese einen Basismodellansatz der vorliegenden Arbeit darstellt.

Direkte numerische Simulation

Bei der direkten numerischen Simulation (DNS) werden alle Zeit- und Längenskalen aufgelöst, so dass keine Modelle notwendig sind um die nichtaufgelösten Skalen abzubilden. Allerdings ist diese Methode für technisch relevante Systeme momentan nicht geeignet, da diese aus komplexen Geometrien und Strömungen mit hohen Reynolds-Zahlen bestehen und dementsprechend der Rechenaufwand beim heutigen Stand der Technik noch nicht zu bewältigen ist. Dieses Vorgehen ist nur für isolierte physikalische oder thermochemische Vorgänge anwendbar und ist begrenzt auf vergleichsweise niedrige Reynolds-Zahlen.

Essentieller Bestandteil dieser Methode ist die Auflösung des Zeit- und Raumkontinuums. Durch die Kombination von Kolmogorovschen Längenskalen η mit den Dissipationsskalen $\epsilon \tilde{u}_o^3 / l_0$ kann das Verhältnis zwischen großen und kleinen Skalen einer turbulenten Strömung abgeschätzt werden:

$$\frac{l_0}{\eta} \approx \left(\frac{u_0 l_0}{\mu} \right)^{3/4} = Re_t^{3/4} \quad (2.28)$$

Daraus ergibt sich die Anzahl der Gitterpunkte in jede der drei Raumrichtungen, nämlich $n = Re^{3/4}$ und damit insgesamt $N = Re^{9/4}$. Weiterhin ist für den einzusetzenden Aufwand die erforderliche zeitliche Auflösung zu berücksichtigen, die durch das Courant-Friedrichs-Lewy Kriterium (CFL) beschrieben wird. Der Aufwand einer Direkten Numerischen Simulation steigt folglich sehr stark überproportional mit der Reynolds-Zahl an, so dass diese auf den Rechenarchitekturen der heutigen Zeit (Stand 2011) nicht durchführbar ist.

Grobstruktursimulation

Die Grobstruktursimulation (engl.: Large Eddy Simulation, LES) basiert auf der Idee, große Wirbel einer turbulenten Strömung direkt zu simulieren und nur den Einfluss von kleinen Strukturen durch Modelle darzustellen. Im Gegensatz zu den großen Strukturen können die kleinen Kolmogorov-Eddys mit guter Näherung als isotrop und unabhängig von der makroskopischen Strömung angesehen werden, was die Modellierung dieser Skalen erheblich erleichtert. Gleichzeitig zeigt die Abbildung 2.1 dass der größte Anteil der kinetischen Energie in den niedrigen Wellenzahlen und damit in den großen Eddys enthalten ist. Bei der räumlichen und zeitlichen Diskretisierung der Differentialgleichung sind bereits Beschränkungen vorgegeben, da nur diejenigen Strukturen berechnet werden können, die auch durch das Gitter darstellbar sind.

Die Trennung von groben und feinen Strukturen wird mithilfe eines Tiefpassfilters durchgeführt. Die Filteroperation muss allerdings nicht explizit angewendet werden, vielmehr werden die durch die Simulation erhaltenen Lösungsvariablen als bereits gefilterte Größe interpretiert. Die implizite Anwendung der Filterung reduziert die Unterschiede zwischen DNS und LES, die nun ausschließlich aus zusätzlichen Termen in den Erhaltungsgleichungen bestehen. Die Filterfunktion $G(r_i, x_i)$ dient zur Faltung der darzustellenden Größe ϕ nach Leonard [64]:

$$\overline{\phi(x_i, t)} = \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} G(r_i, x_i) \phi(x_i - r_i, t) dr_i \quad (2.29)$$

Prinzipiell könnte jeder Tiefpassfilter für die Anwendungen in der Grobstruktursimulation verwendet werden, der folgende Bedingung erfüllt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G(x_i) dx_i = 1 \quad (2.30)$$

Zur Handhabung von Simulationen reaktiver Strömungen mit großen Dichteänderungen eignet sich am besten der Favre-Filter:

$$\bar{\rho}\tilde{\phi} = \int \rho\phi(r_i)G(x_i - r_i)dr_i \quad (2.31)$$

Wenn man sowohl die Tiefpassfilterung als auch Favre-Filterung auf die Erhaltungsgleichungen anwendet, ergibt sich für die Massenerhaltungsgleichung folgende Formulierung:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}\tilde{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.32)$$

Für die Impulserhaltungsgleichung schreibt man demnach:

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\rho} \tilde{\nu} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{\nu} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] + \bar{\rho} g_i \quad (2.33)$$

Der Gleichung 2.33 wurde die Annahme zugrunde gelegt, dass die kinematische Viskosität vom Geschwindigkeitsgradienten statistisch unabhängig ist:

$$\tilde{\nu} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} = \tilde{\nu} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \quad (2.34)$$

Der einzige Term aus der Gleichung 2.33, der nicht geschlossen ist, ist die Geschwindigkeitskorrelation $\tilde{u}_i \tilde{u}_j$, die im Konvektionsterm enthalten ist. Diese Korrelation kann in einen aufgelösten Teil und einen Feinstrukturteil aufgeteilt werden:

$$\tilde{u}_i \tilde{u}_j = \tau_{ij} + \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (2.35)$$

Der Term τ_{ij} stellt nun den zu modellierenden definierten Feinstrukturanteil dar. Dieser wird in einen isotropen und einen deviatorischen Teil aufgespalten. Der isotrope Teil kann mit dem Druck zu einem Druckparameter \bar{p} zusammengefasst werden:

$$\bar{p} = \bar{p} + \frac{1}{3} \bar{\rho} \tau_{kk} \quad (2.36)$$

Der deviatorische Teil bedarf jedoch weiterer Modelle, da dieser nicht aufgelöst werden kann. Diesen bezeichnet man als Tensor der Feinstrukturspannungen:

$$\tau_{ij}^{sgs} = \tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} \quad (2.37)$$

Durch die Anwendung der Gleichungen 2.35-2.37 auf die Impulserhaltungsgleichung ergibt sich für letztere folgende Formulierung:

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\rho} \tilde{\nu} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{\nu} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \bar{\rho} \tau_{ij}^{sgs} \right] + \bar{\rho} g_i \quad (2.38)$$

Zur Modellierung des Feinstrukturspannungstensors gibt es mehrere Möglichkeiten, welche auf den nächsten Seiten ausführlich beschrieben werden.

Smagorinsky Modell

Zur Schließung des Feinstrukturspannungstensors wird eine Methode zur Modellierung der turbulenten Viskosität benötigt. Smagorinsky [99] schlug vor, die molekulare Viskosität um einen Anteil der turbulenten Viskosität zu ergänzen und damit die Wirkung der Feinstrukturen zu modellieren.

$$\nu_{eff} = \tilde{\nu} + \nu_t \quad (2.39)$$

Daraus ergibt sich folgende Formulierung:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = -\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) = -2\nu_t \bar{S}_{ij} \quad (2.40)$$

wobei ν_t die turbulente Viskosität darstellt, die definiert wird als:

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2} \quad (2.41)$$

In der Gleichung 2.41 stellt C_s eine Modellkonstante dar, die nicht eindeutig bestimmt und von der gegebenen Konfiguration abhängig ist. Dazu gibt es verschiedene Modelle nach Lilly [70] etc. auf die an dieser Stelle nicht genauer eingegangen wird. Bei Δ handelt es sich um die Filterweite und \bar{S}_{ij} enthält die lokalen Geschwindigkeitsgradienten.

Germano Modell

Die Hauptkomponente des Germano-Modells ist die Abschätzung der Dissipation der kleinen Skalen anhand der großen Wirbel [38]. Der Smagorinsky-Ansatz liegt diesem Modell zugrunde, wobei hier das Augenmerk nach Poinot und Veynante [78] auf die Modellierung der Konstante C_s in Abhängigkeit von Raum und Zeit fällt. Durch die Einführung eines Test-Filters \hat{F} mit der Filtergröße $\hat{\Delta}$, die größer ist als die Filterweite Δ schreibt man für den unaufgelösten Feinstrukturspannungstensor:

$$\tau_{ij}^{sgs} = \overline{\rho u_i u_j} - \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j} \quad (2.42)$$

Durch die Verwendung des Test-Filters lautet die Gleichung:

$$T_{ij}^{sgs} = \widehat{\overline{\rho u_i u_j}} - \widehat{\overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j}} \quad (2.43)$$

Durch die Kombination der zwei Definitionen aus 2.42 und 2.43 ergibt sich die Germano-Formulierung:

$$L_{ij} = \widehat{\overline{\rho u_i u_j}} - \widehat{\overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j}} = T_{ij}^{sgs} - \tau_{ij}^{sgs} \quad (2.44)$$

Die Abschätzung der beiden Reynolds-Spannungstensoren τ_{ij} und T_{ij} durch das Anwenden des Smagorinsky-Modells ergibt für die Tensoren folgende Formulierungen:

$$\tau_{ij}^{sgs} - \frac{\delta_{ij}}{3}\tau_{kk}^{sgs} = -2C\bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} = -2C\alpha_{ij} \quad (2.45)$$

$$T_{ij}^{sgs} - \frac{\delta_{ij}}{3}T_{kk}^{sgs} = -2C\hat{\Delta}^2 |\hat{S}| \hat{S}_{ij} = -2C\beta_{ij} \quad (2.46)$$

Das Germano-Modell kann nun formuliert werden als:

$$L_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3}L_{kk} = -2C(\alpha_{ij} - \beta_{ij}) \quad (2.47)$$

Für die Konstante C ergibt sich folgende Formulierung:

$$C = \frac{M_{ij}L_{ij}}{2M_{kl}M_{kl}} \quad (2.48)$$

Die vorliegende Definition des Modellkoeffizienten kann zu negativen Werten von C führen, wobei das äquivalent zum Transport der Energie von den kleinen auf die großen Wirbel wäre. Dieser Effekt wird auch *backscatter* genannt. Da dieser zu einer negativen dynamischen Viskosität führt, ist der Einsatz dieses Modells nur bedingt durchführbar. Dementsprechend wurde das Modell durch Methoden wie *clipping* (siehe Forkel [34]) oder Unterrelaxation des Germano-Koeffizienten (bereits erfolgreich eingesetzt bei Hahn [44] und Olbricht [73]) modifiziert.

Dieses Modell ist sehr effizient für zahlreiche Anwendungen und wurde bereits für den Einsatz bei inkompressiblen Strömungen von Kempf [50] für Diffusionsflammen und Forkel [34] für Vormischflammen umgeschrieben.

Simulation durch Reynolds-Mittelung

Eine weit entwickelte Alternative besteht darin, die stochastisch schwankenden Größen in einen Mittelwert $\bar{\phi}(x)$ und einen Schwankungsanteil $\phi'(x, t)$ zu zerlegen, womit die jeweils benötigten Transportgleichungen einer Mittelungsprozedur unterzogen werden können (Reynolds Averaged Navier-Stokes, RANS). Sind Dichteveränderungen in diesem Zusammenhang von Bedeutung, empfiehlt sich die Durchführung der Favre-Mittelung zur Vermeidung zusätzlicher Terme in den Transportgleichungen.

$$\tilde{\phi}(x) = \frac{\overline{\rho\phi}}{\bar{\rho}} \quad \phi''(x, t) = \phi(x, t) - \tilde{\phi}(x) \quad (2.49)$$

Nach der Mittelung stellen sich die Erhaltungsgleichungen ähnlich dar zu den Gleichungen aus der Grobstruktursimulation, man findet hier ebenfalls den sogenannten Reynolds-Spannungstensor:

$$\overline{u'_i u'_j} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} \quad (2.50)$$

Es existiert eine große Anzahl von Möglichkeiten, den Reynolds-Spannungstensor zu schließen:

- Modellierungsansatz erster Ordnung: Für diesen Ansatz werden nur die gemittelten Größen benötigt. Reynolds-Spannungstensor wird beschrieben durch mittlere Geschwindigkeitsfelder, Viskosität sowie turbulente Zeit- und Längenskalen.
 - Null-Gleichungsmodell: in diesem Fall wird der Reynolds-Spannungstensor durch ein analytisches Verhältnis beschrieben, üblicherweise wird eine Mischungslängen-Hypothese verwendet.
 - Ein-Gleichungsmodell: hierbei wird eine weitere Gleichung für die kinetische Energie k eingeführt. Diese stellt die Dissipation ϵ als eine Senke dar, die im Anschluss analytisch modelliert ist. Für ausführliche Informationen wird an dieser Stelle auf Freitag [36] verwiesen.
 - Zwei-Gleichungsmodell: das sehr verbreitete k - ϵ -Modell gehört zu dieser Klasse der Modelle. Die Zeit- und Längenskalen werden aus dem Verhältnis von k zu ϵ extrahiert. Weitere Informationen findet man bei Prandtl [82].
- Modellierungsansatz zweiter Ordnung: dabei werden die Komponenten des Reynolds-Spannungstensors gelöst. Dies erfordert allerdings fünf zusätzliche Gleichungen die zu den k und

ϵ Gleichungen hinzukommen. Das Schließungsproblem bleibt allerdings bestehen, da der Term sich in $\overline{u'_i u'_j u'_k}$ verwandelt und ebenfalls geschlossen werden müsste. Die verschiedenen Modelle beschreiben die Möglichkeiten zur Schließung diesen Terms, wie z.B. Rotta [87].

- Modellierungsansätze höherer Ordnung: Da kaum die Möglichkeit besteht die vierfachen Korrelationen aufzulösen, werden diese Modelle selten benutzt.

2.2 Verbrennung

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit dem Phänomen der Verbrennung. Dabei wird ein kurzer Überblick über Reaktionskinetik, Flammenarten und deren Modellierung gegeben.

2.2.1 Chemische Reaktionen im Verbrennungssystem

In diesem Unterkapitel wird eine Einführung in die Reaktionskinetik der Verbrennung gegeben. Detaillierte Informationen zu diesem Thema finden sich bei Warnatz [114], Turns [109] oder Williams [116].

Die Beschreibung des globalen Stoffumsatzes einer chemischen Reaktion kann über die Bruttoreaktionsgleichung vorgenommen werden, die sich allgemein für die Reaktion von Brennstoff Br mit Oxidator O_2 zu Produkten Pr entsprechend als



schreiben lässt. Die stöchiometrischen Koeffizienten, welche die Anzahl der an der Reaktion beteiligten Moleküle angeben, sind hier mit ν' bzw. ν'' bezeichnet. Durch die Bruttoreaktionsgleichung der Form 2.51 kann lediglich der globale chemische Umsatz beschrieben werden, der sich in der Realität jedoch aus einer Vielzahl an Elementarreaktionen zusammensetzt. An dieser Stelle wird auf die Beschreibung der Reaktion mit solchen detaillierten reaktionskinetischen Modellen nur kurz eingegangen.

Zur Formulierung der Umsatzraten einzelner Elementarreaktionen wurden die beteiligten Spezies durch N_R elementare Reaktionsgleichungen der Form:

$$\sum_{\alpha} \nu'_{\alpha,k} \alpha \rightleftharpoons \sum_{\alpha} \nu''_{\alpha,k} \alpha \quad (2.52)$$

beschrieben.

Da die Reaktion dieser Form 2.52 sowohl vorwärts als auch rückwärts ablaufen kann, unterscheidet man zwischen den Vorwärts- und Rückwärtsreaktionsraten, durch die implizit ein über die Chemie determiniertes Zeitmaß für die jeweilige Reaktion eingeführt wird. Die Reaktionsraten r , jeweils gekennzeichnet durch die Indizes *forward* und *backward* lassen sich unter Berücksichtigung aller beteiligten Spezies durch:

$$r_{f,k} = k_{f,k} \prod_{\alpha} \left(\frac{\rho Y_{\alpha}}{M_{\alpha}} \right)^{\nu'_{\alpha,k}} \quad r_{b,k} = k_{b,k} \prod_{\alpha} \left(\frac{\rho Y_{\alpha}}{M_{\alpha}} \right)^{\nu''_{\alpha,k}} \quad (2.53)$$

bestimmen, worin $k_{f,k}$ und $k_{b,k}$ die Geschwindigkeitskoeffizienten der Reaktion k bezeichnen. Durch Summation der Reaktionsraten aller im Rahmen des Reaktionsmechanismus betrachteten Elementarreaktionen erhält man so den Quellterm der Spezies α , der in die Speziestransportgleichung 2.7 eingeht:

$$\dot{\omega}_{\alpha} = \sum_k (\nu''_{\alpha,k} - \nu'_{\alpha,k})(r_{f,k} - r_{b,k}) \quad (2.54)$$

Die in die Berechnung der Reaktionsraten einfließenden Geschwindigkeitskoeffizienten werden durch den Arrhenius-Ansatz der Form:

$$k_{f,b} = B_{f,b} T_{f,b}^n \exp\left(-\frac{E_{f,b}}{RT}\right) \quad (2.55)$$

approximiert, mit den reaktionsspezifischen Konstanten B und n sowie der Aktivierungsenergie E . Auffällig für diese Formulierung ist die aktive starke Nicht-Linearität bzgl. der Temperatur, was bereits ein erster Hinweis auf die Tatsache ist, dass Reaktionsraten in turbulenten Systemen nicht einfach aus Mittelwerten bestimmt werden können. So können bestimmte Reaktionen, die sich durch hohe Aktivierungsenergie auszeichnen, wie z.B. die thermische Stickoxidbildung, durch Temperaturspitzen bedeutende Beiträge liefern, auch wenn die mittlere Temperatur unterhalb der Aktivierungstemperatur E/\bar{R} liegt.

Chemische Vorgänge in einem Verbrennungssystem sind sehr komplex. Für die Verbrennung von reinem Methan zum Beispiel müssen bis zu 100 verschiedene Stoffe und mehrere hundert Reaktionen berücksichtigt werden. Wenn man also eine turbulente Flamme numerisch abbilden möchte, muss man neben den Massen- Impuls- und Enthalpieerhaltungsgleichungen auch die Spezieserhaltungsgleichung für jede in der Reaktion vorkommende Spezies lösen. Da dieser Aufwand sehr schnell die heutigen Kapazitäten der Rechnerarchitekturen übersteigt, muss folglich eine Vereinfachung der detaillierten Chemie erfolgen. Dazu gibt es mehrere Möglichkeiten wie bspw. die Reduktion des Raumes auf eine Dimension, die wiederum eine detaillierte Beschreibung eines chemischen Systems ermöglicht, oder die Reduktion der Spezies in einem Mechanismus, der die Möglichkeit einer detaillierten Beschreibung der turbulenten reagierenden Strömung in allen drei Dimensionen erlaubt.

2.2.2 Flammentypen

Bei Verbrennungsprozessen unterscheidet man einige grundlegende Flammentypen, die im Folgenden kurz beschrieben werden sollen.

Vormischflammen

Im Falle der vorgemischten Verbrennung sind Brennstoff und Oxidator bereits gemischt, bevor die tatsächliche Verbrennung stattfindet. Durch die Flammenfront wird das unverbrannte von dem verbrannten Gemisch getrennt. Bei hinreichend geringer Turbulenz bilden sich lokal gekrümmte und gestreckte laminare Vormischflammenfronten aus, so daß in diesem Fall die Beschreibung der turbulenten Vormischflamme als Kollektiv vieler laminarer Vormischflammen erfolgen kann, analog zum Flamelet-Konzept.

Vorgemischte turbulente Verbrennung wird immer dort benutzt, wo eine intensive Verbrennung

auf kleinstem Raum stattfinden soll (bspw.: Otto-Motor, Triebwerk). Gegenüber der Verbrennung in Diffusionsflammen hat die vorgemischte Verbrennung den Vorteil, dass sie weitgehend rußfrei verläuft und hohe Temperaturen erzeugt werden. Da jedoch Brennstoff und Luft vorgemischt werden, erfordert sie entsprechende Sicherheitsvorkehrungen, damit das vorgemischte explosionsfähige Gemisch unmittelbar nach der Mischung auch sicher verbrennt und sich keine großvolumigen, zündfähigen Gaswolken bilden können.

Vormischflammen zeigen meist ein charakteristisches blaues oder manchmal blau-grünes Leuchten, das durch die Lichtemissionen von angeregtem CH und C_2 bewirkt wird (siehe Warnatz und Maas [114]).

Eine idealisierte eindimensionale Vormischflamme wird im Bild 2.2 gezeigt. Dieses Konzept

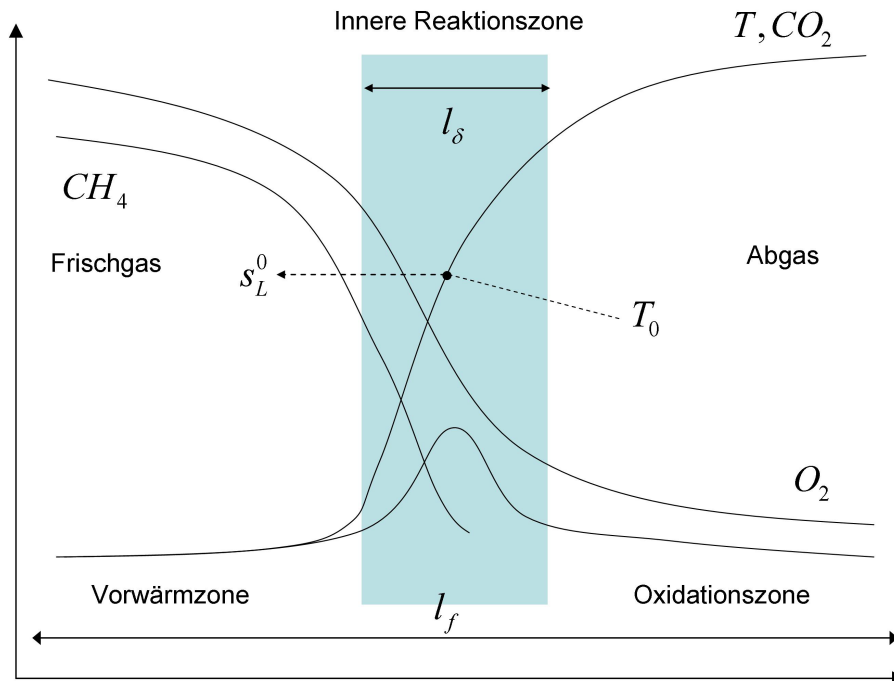


Abbildung 2.2: Struktur der Flammenfront einer laminaren Methanflamme

wurde von Zeldovich, Kamenetsky und Karman [113] vorgestellt. Eine vorgemischte Flamme kann in drei Regionen unterteilt werden: in Vorwärmzone, Reaktionszone und Oxidationszone. In der Vorwärmzone wird das Frischgasgemisch aufgrund der Diffusion von Wärme und Spezies erwärmt und mit Reaktionsprodukten vermischt, wobei noch keine chemische Reaktion stattfindet. In der Reaktionszone steigt die Reaktionsrate exponentiell an, der überwiegende Anteil der Reaktionswärme wird in dieser Region freigegeben, wogegen in der Oxidationszone nur ein kleiner Anteil der Wärme freigegeben wird und die chemische Reaktion an dieser Stelle nur langsam fortschreitet. Bei einer laminaren Vormischflamme propagiert die Flammenfront mit der laminaren Brenngeschwindigkeit s_L in Richtung des Frischgases. Die laminare Brenngeschwindigkeit ist im Falle der hohen Reaktionstemperatur proportional zur Wurzel aus Reaktionsrate, Flammentemperatur T_f und Diffusivität von Wärme und Spezies:

$$s_L \approx \sqrt{\left[\frac{\lambda}{\rho C_P} \exp\left(\frac{E}{RT_f}\right) \right]} \quad (2.56)$$

Die maximale Temperatur der Flamme ist identisch mit der adiabaten Flammentemperatur der Mischung, die aus dem thermodynamischen Gleichgewicht hergeleitet werden kann. Das Fortschreiten einer Vormischflamme ist durch Diffusionsprozesse von Wärme und Spezies verursacht. Deren Gradienten kommen durch chemische Reaktion zustande.

Im Folgenden sollen nun die turbulenten Vormischflammen behandelt werden. Das Kernproblem der Modellierung von Vormischflammen liegt in der ansteigenden turbulenten Brenngeschwindigkeit, welche mit zunehmender Turbulenz größer wird.

Erklären lässt sich dieser Zusammenhang mit Hilfe der Betrachtungen des durch die Flammenfront tretenden Massenstroms \dot{m} , welcher der Massenerhaltung entsprechend konstant sein muss. Für den laminaren Fall ist die Massenstromäquivalenz $\dot{m} = \text{const}$ im linken Teil der Abbildung 2.3 schematisch dargestellt: bei einer stationären Flammenfront ist die Anströmgeschwindigkeit des Frischgases u_u gleich der laminaren Brenngeschwindigkeit s_l . Zieht man zur Berechnung des Massenstroms die Dichte des Frischgases ρ_u heran, so folgt aus der Erhaltung der Masse:

$$\rho_u s_l = \rho_u u_u \quad (2.57)$$

Die Geschwindigkeit des Gases ergibt sich aufgrund der Volumenexpansion infolge der Dichteänderung und kann generell ausgedrückt werden durch:

$$\rho_u u_u = \rho_b u_b = \rho u \quad (2.58)$$

wobei sich die Indizes $'u'$ und $'b'$ auf den unverbrannten bzw. den verbrannten Zustand des Gases beziehen. Aus 2.57 und 2.58 lässt sich somit der generelle Zusammenhang:

$$\rho u = \rho_u s_l \quad (2.59)$$

ableiten, durch den die Verbindung zwischen Strömungsgeschwindigkeit und Brenngeschwindigkeit hergestellt ist.

Im turbulenten System ist die Flammenfront aufgrund der Geschwindigkeitsfluktuationen gefaltet, wodurch sich die effektive Fläche des Massendurchsatzes erhöht. Bezogen auf die nominale Querschnittsfläche resultiert dies in einer scheinbaren Erhöhung der Brenngeschwindigkeit s_l bzw. in der Formulierung einer turbulenten Brenngeschwindigkeit s_t . Dieser Zusammenhang ist in der rechten Hälfte der Abbildung 2.3 verdeutlicht. Die aus der Kontinuitätsgleichung abgeleitete For-

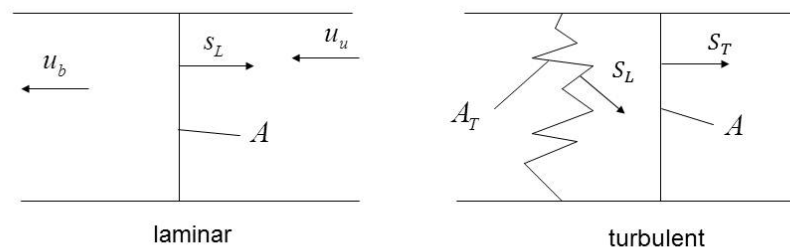


Abbildung 2.3: Erfüllung der Massenkontinuität $\dot{m} = \text{const}$ über der Flammenfront

derung nach der Konstanz des Massenstroms führt demnach zu:

$$\frac{s_t}{s_l} = \frac{A_t}{A} \quad (2.60)$$

und stellt damit den Zusammenhang zwischen dem Verhältnis der turbulenten zur laminaren Flammengeschwindigkeit und dem Maß der Faltung der Flammenfront dar, die ihrerseits durch Fluktuationen des Geschwindigkeitsfeldes verursacht ist. Für gegenüber der Brenngeschwindigkeit s_l große Geschwindigkeitsfluktuationen u' hat Damköhler [22] den funktionalen Zusammenhang:

$$s_t \approx u' \quad (2.61)$$

formuliert, der den Einfluss der großen, die Flammenfront verformenden Wirbelstrukturen widerspiegelt und lediglich rein kinematischer Natur ist.

Betrachtet man die Wirbelstrukturen, die in der Größenordnung der Dicke der Flammenfront bzw. darunter liegen und somit in diese eindringen, so lässt sich ein intensivierter turbulenter Transport innerhalb der Flammenfront beobachten. Hierdurch wird die Brenngeschwindigkeit zusätzlich zu dem rein kinematischen Zusammenhang auch in Abhängigkeit des turbulenten Längenmaßes l_t modifiziert. Damköhler [22] beschreibt das Verhältnis von turbulenter zu laminarer Brenngeschwindigkeit unter dem Einfluss kleiner Wirbelstrukturen als

$$\frac{s_t}{s_l} \approx \left(\frac{u' l_t}{s_l l_f} \right)^{1/2} \quad (2.62)$$

Die Abbildung 2.4 zeigt ein Diagramm, ähnlich dem von Borghi [9] oder Peters [75], das die

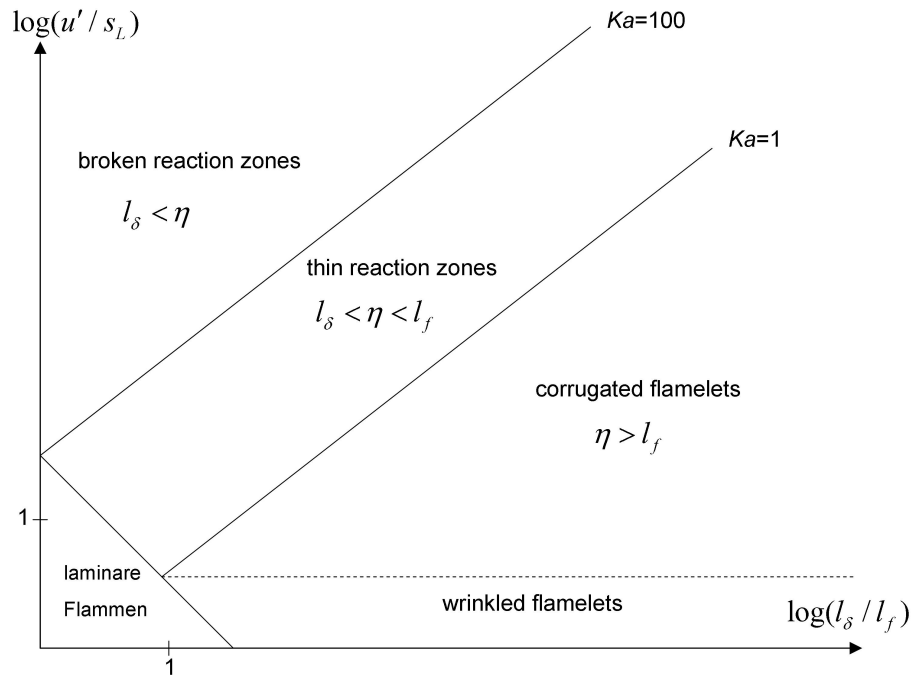


Abbildung 2.4: Borghi-Diagramm

Vormischverbrennung klassifiziert.

Der Bereich der laminaren Verbrennung befindet sich in der linken Ecke der Abbildung 2.4, getrennt vom turbulenten Bereich durch die Linie $Re_l = 1$. Die Karlowitz-Zahl $Ka = 1$ bildet das sogenannte Klimov-Williams-Kriterium ab. Die Karlowitz-Zahl ist definiert als Verhältnis von Reaktionszeit τ_r zum Kolmogorov-Zeitmaß τ_η :

$$Ka = \frac{\tau_r}{\tau_\eta} \quad (2.63)$$

Unterhalb dieser Linie ist der *flamelets*-Bereich, der durch turbulente Wirbel gekennzeichnet ist, deren Dimensionen größer als die Flammendicke sind. Ist $\eta > l_f$, wird die Flammenfront durch die turbulente Strömung lediglich kinematisch verformt, wobei sich nur das Aussehen der Wirbel verändert während die laminare Struktur erhalten bleibt. Für Fluktuationen, deren Größenordnung unterhalb der laminaren Brenngeschwindigkeit liegt, wird die Flammenfront nur gestreckt oder gefaltet (*wrinkled flamelets*). Für $u' > s_l$ reißt die Flammenfront teilweise auf, so dass sich voneinander getrennte und dennoch laminare Flammenfronten ausbilden (*corrugated flamelets*). Der *flamelets*-Bereich entspricht somit dem Gebiet der großskaligen Turbulenzstruktur nach Damköhler (siehe Gl.2.62).

Oberhalb der $Ka = 1$ befindet sich der Bereich der *thin reaction zones*, also die Angleichung der Größe der Kolmogorov-Wirbel und der Flammendicke bedeutet. Dies ist der Bereich, in dem kleine Wirbel in die Flammenfront eindringen, wodurch innerhalb der Vorwärmzone der Wärmehaushalt durch turbulente Austauschprozesse beeinflusst wird. Die laminare Flammenstruktur bleibt jedoch vom Eindringen der kleinen Wirbel unberührt.

Der Bereich der *broken reaction zones* ist durch die Bedingung $Ka = 100$ gekennzeichnet, wodurch turbulente Wirbel in die Reaktionszone eindringen und mit dort ablaufenden chemischen Prozessen interagieren. In diesem Fall kann die Reaktionszone nicht mehr als laminar bezeichnet werden.

Im Bereich der *broken reaction zones* wird durch die Damköhler-Zahl ($Da < 1$) zusätzlich der Bereich, der als homogener Reaktor *well stirred reactor* bezeichnet wird, definiert. Dieser charakterisiert sich dadurch, dass keine ausgeprägte Flammenfront mehr existiert. In der stark verdickten Reaktionszone findet viel mehr eine Volumenreaktion statt.

Auf die Modellierung der Vormischflammen wird im Unterkapitel 2.3 genau eingegangen.

Diffusionsflammen

Bei Diffusionsflammen werden Brennstoff und Oxidationsmittel erst während der Verbrennung gemischt. Die Flammenfronten von Diffusionsflammen sind komplexer als die von Vormischflammen, da das Äquivalenzverhältnis Φ den ganzen Bereich von 0 (Luft) bis 1 (reiner Brennstoff) abdeckt: d.h., fette Verbrennung findet auf der brennstoffreichen Seite, magere auf der Luftüberschussseite statt. Die eigentliche Flammenfront, die sich oft durch intensives Leuchten anzeigt, ist in der Nähe der stöchiometrischen Zusammensetzung zu erwarten. Da Flamelet-Konzepte explizit für Diffusionsflammen entwickelt wurden, würden diese zum Verständnis herangezogen werden.

Aus Sicherheitsgründen werden in industriellen Feuerungen und Brennern überwiegend Diffusionsflammen eingesetzt. Wenn die Strömung nicht verdrallt wird, leuchten die Flammen gelb aufgrund der thermischen Strahlung von glühenden Rußteilchen, die in den brennstoffreichen Bereichen der Diffusionsflammen gebildet werden. Dies ist bei Brennern zur Erzeugung von Strahlungswärmeübertragung zu beobachten, wie z.B. bei Kraftwerksbrennern.

Die Beschreibung des Mischungszustandes für nicht-vorgemischte Verbrennung erfolgt über Elementmassenbrüche:

$$Z_\gamma = \sum_{\alpha} a_{\alpha\gamma} \frac{M_\gamma}{M_\alpha} Y_\alpha \quad (2.64)$$

dabei sind Y_α der Massenbruch der beteiligten Komponenten und $a_{\alpha\gamma}$ die Element-Komponenten-

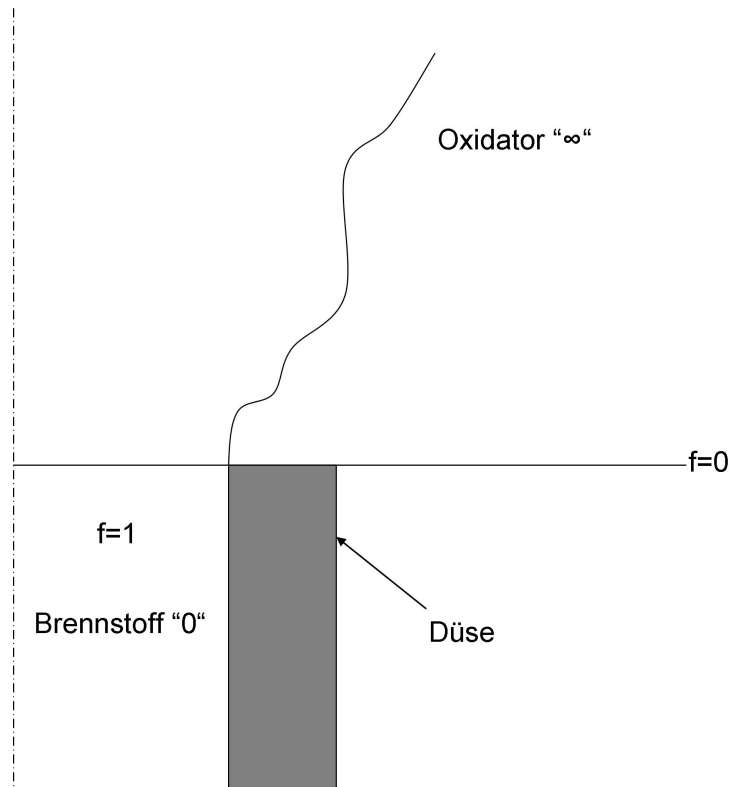


Abbildung 2.5: Definition des Zwei-Stoff-Systems Brennstoff/Luft

Matrix. Im Gegensatz zu Y_α bleiben die den chemischen Reaktionen unterliegenden Elementmassenbrüche Z_γ erhalten.

Zur Definition des Mischungszustandes wird die Normierung des Massenbruches Z_γ eingeführt. Bei einem einfachen Zwei-Stoff-System mit reinem Brennstoff mit dem Index '0' und Oxidator mit der Bezeichnung '∞' wie in der Abbildung 2.5 gezeigt, kann der Mischungsgrad nach Bilger [7] wie folgt definiert werden:

$$f = \frac{Z_\gamma - Z_{\gamma,\infty}}{Z_{\gamma,0} - Z_{\gamma,\infty}} \quad (2.65)$$

Bezogen auf die Elemente, wie sie nur im Brennstoff vorliegen, nimmt f im Brennstoffstrahl den Wert 1 und im Oxidator den Wert 0 an. Der Zusammenhang zwischen Mischungsgrad und der lokalen Stöchiometrie, bei der vollständiger Stoffumsatz entsprechend der Bruttoreaktionsgleichung

vorliegt, ist durch den stöchiometrischen Mischungsgrad f_{st} gegeben mit

$$f_{st} = \left[1 + \frac{\nu'_{O_2} M_{O_2} Y_{Br,0}}{\nu'_{Br} M_{Br} Y_{O_2,\infty}} \right]^{-1} \quad (2.66)$$

Für von f_{st} abweichende Gemischzustände werden zur Charakterisierung des Verhältnisses von Brennstoff zum Oxidator-Angebot häufig die Brennstoffzahl Φ bzw. die Luftzahl λ_Φ angegeben,

$$\Phi = \frac{f}{1-f} \frac{1-f_{st}}{f_{st}}, \quad \lambda_\Phi = \frac{1}{\Phi} \quad (2.67)$$

womit fette (brennstoffreiche) Gemische durch $\lambda_\Phi < 1$ und $\Phi > 1$ und Gemische mit überschüssigem Oxidator (mager) über $\lambda_\Phi > 1$ und $\Phi < 1$ charakterisiert sind.

Genauer Ablauf der Modellierung von Diffusionsflammen ist Warnatz und Maas [114], Turns [109], Poinot und Veynante [78] zu entnehmen und wird in diesem Kontext nicht weiter behandelt.

Teilweise vorgemischte Flammen

Dieser Flammentyp liegt im Übergangsbereich zwischen reinen Vormisch- und Diffusionsflammen. Praktische Beispiele sind die Flammen in Gasherden oder die Bunsenflamme bei Zugabe von wenig Primärluft.

2.3 Modellierung vorgemischter Flammen

Im folgenden Abschnitt soll ein Überblick über verschiedene Methoden zur Modellierung der Vormischflammen im Kontext der Large Eddy Simulation (*LES*) gegeben werden. Da in dieser Arbeit die Methoden der G-Gleichung und der künstlich verdickten Flammen zum Einsatz kommen, werden diese näher erläutert. Ausführliche Informationen zu allen Modellen geben Peters [75], Pope [80], Veynante und Poinot [112] und Vervisch et.al. [111].

Eines der schwerwiegenden Probleme bei Abbildung der vorgemischten Flammen mittels LES ist die Auflösung der Flammenfront, deren Dicke in der Regel zwischen 0.1 und 1 mm beträgt, wobei die Gitterweite meist deutlich größer ist.

2.3.1 G-Gleichungsmodell

Eine detaillierte Beschreibung des G-Gleichungsmodells findet man in Peters [75].

Basierend auf der Tatsache, dass die Flammenfront einer vorgemischten Flamme im Vergleich zu den turbulenten Skalen dünner ist, kann ein kinematisches Konzept zur Flammenfortschreitung hergeleitet werden. Der Transport der Flammenfront wird durch die Geschwindigkeit u_u sowie die laminare Flammengeschwindigkeit s_L bewirkt. Die Bewegung eines einzelnen Punktes mit konstantem Reaktionsfortschritt auf der Flammefront lässt sich beschreiben durch:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = u_u + s_L n \quad (2.68)$$

Unter der Annahme, dass die Flammenfront als eine Fläche, definiert durch die Bedingung $G(x, t) = G_0 = 0$ angesehen werden kann, trennt diese Fläche die Strömung in verbrannte $G > 0$ und unverbrannte $G < 0$ Regionen. Die Formulierung für die G-Gleichung lautet entsprechend 2.68:

$$\frac{\partial G}{\partial t} = -u_u * \nabla G + s_L |\nabla G| = (u_u n + s_L) |\nabla G| \quad (2.69)$$

Der Normalenvektor dieser Fläche kann dabei ausgedrückt werden als:

$$n = -\frac{\nabla G}{|\nabla G|} \quad (2.70)$$

Für turbulente Flammengeschwindigkeit schreibt man:

$$\frac{\overline{s_T}}{s_L} = 1 + \alpha \left(\frac{\overline{u'}}{s_L} \right)^n \quad (2.71)$$

dabei handelt es sich bei $\overline{u'}$ um den Turbulenzlevel der im LES Kontext nicht aufgelösten Skalen:

$$\overline{u'} \approx \nabla |\tilde{S}| = \nabla \sqrt{|2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij}|} \quad (2.72)$$

wobei \tilde{S}_{ij} die Komponenten der aufgelösten Scherspannungen sind. Die Komponenten α und n müssen an dieser Stelle noch definiert werden. In den meisten Fällen wird die Korrelation $\overline{u'} - \overline{s_T}$ experimentell oder aus RANS-Rechnungen bestimmt und in die LES übernommen.

Da es sich bei der turbulenten Flammengeschwindigkeit s_T um keine universelle Größe handelt und kein allgemeingültiges Modell dafür vorhanden ist, führt dieser Term bezüglich seiner Abbildung zu Schwierigkeiten (siehe [36]).

Besonderheiten der G-Gleichung

Beim Tecflam-Brenner, der im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurde, handelt es sich um eine offene Konfiguration. Folglich werden nicht nur Verbrennungsvorgänge mit verbranntem und unverbranntem Gas behandelt, sondern darüber hinaus sollte auch die Umgebungsluft beobachtet werden. Somit muss das G-Gleichungsmodell erweitert werden. Die Verteilung des vorgemischten Gases wird durch den Mischungsgrad f definiert (siehe Unterkapitel 2.2.2). Laminare Flammengeschwindigkeit s_L ist für Methan-Luft-Gemisch in Abhängigkeit des Äquivalenzverhältnisses Φ in der Abbildung 2.6 dargestellt, wobei die rechte Seite des Verlaufs für diese Betrachtungen nicht relevant ist. Weitere Verdünnung des Methan-Luft-Gemisches vermindert die laminare Flammengeschwindigkeit.

Die Zündgrenze für Methanverbrennung liegt bei $\Phi \approx 0.5$ unter Beachtung der Umgebungsbedingungen für Druck und Frischgastemperatur (siehe Thiel-Böhm [107]), so dass für das Fortschreiten der Flamme eine besondere Modellierung notwendig ist. Thermodynamische Größen, wie Temperatur, Viskosität und Dichte des Fluids werden ihre Werte nicht sofort nach Durchkreuzen der G_0 -Front ändern, somit ist eine weitere Randbedingung für die G-Gleichung notwendig.

Die Flammengeschwindigkeit ist nicht definiert, solange sich diese nicht entlang der G_0 -Fläche und somit auf der Flammenfront befindet. Nach Nogemyr et al. [72] kann die Flammenfront

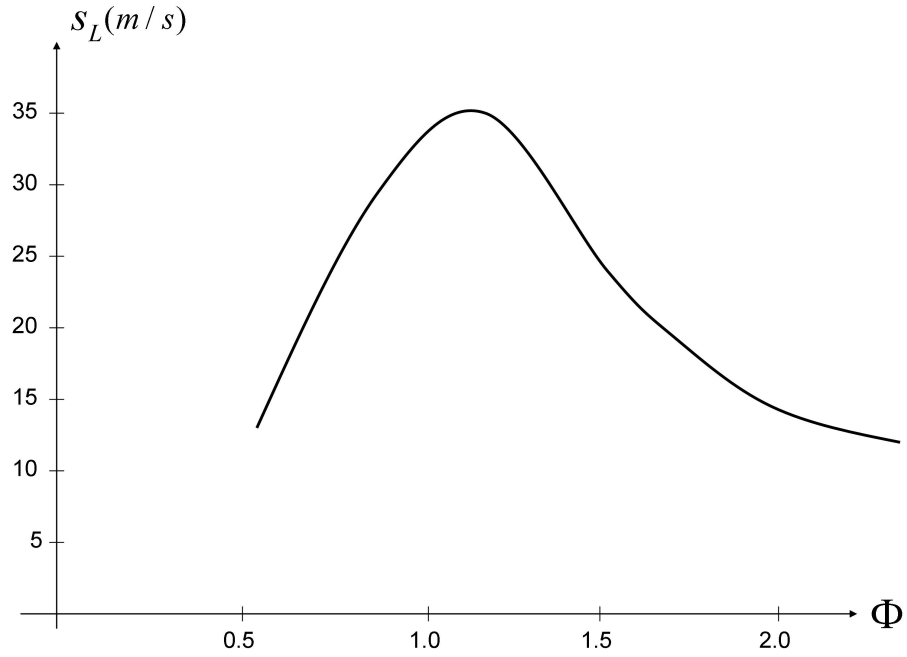


Abbildung 2.6: Verlauf der laminaren Flammengeschwindigkeit s_L in Abhängigkeit von Äquivalenzrate Φ .

G_0 durch Konvektion des Frischgases transportiert werden, wobei sich bei Testsimulationen ein Zurückschlagen der Flamme in die Düse ergab, so dass eine Begrenzung der axialen Geschwindigkeit nach $u_x = \max(u_x, 0)$ nötig war um das Zurückschlagen zu vermeiden. Freitag et al. [37] schlugen vor, stattdessen u_i zu begrenzen, um eben ein solches zu vermeiden. Dies wird dadurch erreicht, dass man den konvektiven Transport zu null setzt, sobald die Äquivalenzrate Φ unterhalb die Zündgrenze von 0.5 fällt. Nachteilig hierbei ist eine Mögliche Zündung wenn das Äquivalenzverhältnis Φ über dem Wert von 0.5 liegt.

2.3.2 Künstlich verdickte Flammen

Zur Vermeidung der mit der Auflösung der Flammenfront einhergehenden Probleme zu vermeiden, kann die Flammendicke erhöht werden, wobei die Fortschrittgeschwindigkeit gleich bleiben sollte. Eine Möglichkeit die Flammenfront einer Vormischflamme aufzulösen trotz der oben erwähnten geringen Flammendicke, ist vorgestellt worden von Butler und O'Rourke [13]. Nach den Theorien für laminare vorgemischte Flammen von Williams [116] und Kuo [61] sind die laminare Flammengeschwindigkeit und Flammenfrontdicke definiert als:

$$s_L^0 \approx \sqrt{D_{th} B}, \quad \delta_L^0 \approx \frac{D_{th}}{s_L^0} = \sqrt{\frac{D_{th}}{B}} \quad (2.73)$$

wobei D_{th} die Diffusivität der Flamme und B eine Konstante darstellen, die invers proportional zu einem charakteristischen chemischen Zeitmaß ist. Wenn die Diffusivität mit einem Faktor F multipliziert wird, wobei die Konstante B durch diesen Faktor dividiert wird, wird auch die Flammendicke zum Produkt aus $\delta_L^0 F$, durch die sich die Geschwindigkeit der Flammenfront nach 2.73

Dementsprechend werden sowohl die Flammengeschwindigkeit als auch die Flammendicke verändert:

$$s_T^0 = E s_L^0 \quad \delta_T = F \delta_L^0 \quad (2.77)$$

Die Transportgleichung für die gefilterte Fortschrittsvariable lautet demnach:

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\Theta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{\Theta}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{\rho} D F \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial x_i} \right) + \frac{\bar{\omega}_{\Theta}}{F} \quad (2.78)$$

Die Transportgleichung für Spezies schreibt man:

$$\frac{\partial \rho Y_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i Y_k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho F E D_k \frac{\partial Y_k}{\partial x_i} \right) + \dot{\omega}_k \quad (2.79)$$

Colin [19] schlug vor, die Effizienzfunktion E als Verhältnis vom Verwinkelungsfaktor der ursprünglichen Flamme mit der Dicke δ_l^0 und der aufgedickten Flamme δ_l^1 darzustellen. Dieser Effizienzfaktor ist nun abhängig vom Verhältnis der Gitterweite Δ_e zur Flammendicke und von Geschwindigkeitsfluktuationen u'_{Δ_e} und der laminaren Flammengeschwindigkeit s_l^0 :

$$E = \frac{\Xi(\delta_l^0)}{\Xi(\delta_l^1)} = \frac{1 + \alpha \Gamma \left(\frac{\Delta_e}{\delta_l^0}, \frac{u'_{\Delta_e}}{s_l^0} \right) \frac{u'_{\Delta_e}}{s_l^0}}{1 + \alpha \Gamma \left(\frac{\Delta_e}{\delta_l^1}, \frac{u'_{\Delta_e}}{s_l^0} \right) \frac{u'_{\Delta_e}}{s_l^0}} \quad (2.80)$$

mit

$$\Gamma \left(\frac{\Delta_e}{\delta_l^0}, \frac{u'_{\Delta_e}}{s_l^0} \right) = 0.75 \exp \left[-1.2 / \left(\frac{u'_{\Delta_e}}{s_l^0} \right)^{0.3} \right] \left(\frac{\Delta_e}{s_l^0} \right)^{2/3} \quad (2.81)$$

Dabei wird die Geschwindigkeitsfluktuation u'_{Δ_e} zu $2\Delta_x^3 |\nabla \times (\nabla^2 \vec{u})|$. Parameter α kann durch die Reynolds-Zahl ausgedrückt werden, wobei es sich bei β um eine Modellkonstante handelt:

$$\alpha = \beta \frac{2 \ln(2)}{3 c_{ms} (Re^{1/2} - 1)}, \quad c_{ms} = 0.28, \quad Re_t = \frac{u' l_t}{\nu} \quad (2.82)$$

Eine weitere Möglichkeit zur Modellierung der Effizienzfunktion wurde von Charlette et al. [15] vorgeschlagen. Dabei wird die nicht aufgelöste Flammenfläche wie folgt beschrieben:

$$E \left(\frac{\Delta}{\delta_l^0}, \frac{u'_{\Delta}}{s_l^0}, Re_{\Delta} \right) = \left(1 + \min \left[\frac{\Delta}{\delta_l^0}, \Gamma \frac{u'_{\Delta}}{s_l^0} \right] \right)^{\gamma} \quad (2.83)$$

Um sicherzustellen, dass die Mischung korrekt vorhergesagt wird, sollte sich die Aufdickung ausschließlich auf die Flammenfront beschränken. Dafür bietet sich die dynamische Aufdickung, die als erstes von Legier et al. [62] vorgeschlagen wurde, an. Dabei wird eine neue Koordinate $\epsilon(\chi)$ senkrecht zur Flamme eingeführt:

$$\epsilon(\chi) = \int^{\chi} F(\chi') d\chi' \quad (2.84)$$

Die partielle Ableitung kann umgeschrieben werden als:

$$\frac{\partial}{\partial \chi} = \frac{\partial}{\partial \epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial \chi} = F(\chi) \frac{\partial}{\partial \epsilon} \quad (2.85)$$

Unter der Annahme, dass Speziesänderung in der Richtung der Normalen der Flammenfront dominiert, kann die Zeitableitung in Abhängigkeit von der absoluten Flammengeschwindigkeit dargestellt werden:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial \chi_f}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \chi} = (u_u - s_l) \frac{\partial}{\partial \chi} \quad (2.86)$$

Das Einsetzen der Gleichungen 2.85 und 2.86 in die Transportgleichung 2.79 führt zu:

$$\frac{\partial \rho Y_k}{\partial \epsilon} \frac{\partial \chi_f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \epsilon} (\rho u_i Y_k) = \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\rho F(\chi) D_k \frac{\partial Y_k}{\partial \epsilon} \right) + \frac{\dot{\omega}_k}{F(\chi)} \quad (2.87)$$

Beim Vergleich der Gleichungen 2.79 und 2.87 stellt man fest, dass keine physikalische Zusammenhänge geändert wurden. Der Schritt zur Aufdickung ist nun die Lösung der Gleichung 2.87 in Abhängigkeit von χ . Zur dynamischen Anpassung des Aufdickungsfaktors wird die Formulierung eines Flammensensors Ω nach Durant et al. [26] benutzt. Dieser dient zur Lokalisierung der Flamme und einer anschließenden Anwendung des Aufdickungsfaktors:

$$\Omega = 16[c(1 - c)]^2, \quad c = Y_{CO_2}/Y_{CO_2}^{eq}, \quad F = 1 + (F_{max} - 1)\Omega \quad (2.88)$$

2.3.3 Flammenflächendichtemodell

Eine weitere Möglichkeit Vormischflammen numerisch abzubilden, stellt das Flammenflächendichtemodell dar. Dabei wird die Erhaltungsgleichung für Fortschrittsvariable Θ mit $\Theta = \frac{T - T_u}{T_b - T_u}$ gefiltert:

$$\frac{\partial \rho \Theta}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i \Theta}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D \frac{\partial \Theta}{\partial x_i} \right) + \dot{\omega}_\Theta = \rho s_d |\nabla \Theta| \quad (2.89)$$

Dabei handelt es sich bei der rechten Seite um den Quellterm der laminaren Flamme mit s_d für lokale Fortschrittsvariable:

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\Theta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{\Theta}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{\Theta} - \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{\Theta} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{\rho} D \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial x_i} \right) + \dot{\omega}_\Theta = \overline{\rho s_d |\nabla \Theta|} \quad (2.90)$$

Generell ist die laminare Flammenfront und damit auch der Gradient von Θ zu dünn, um diesen auf einem LES Gitter aufzulösen. Deswegen wird, wie von Boger [8] vorgeschlagen, im LES Kontext der Gaussche Filter F benutzt, :

$$F(x) = F(x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{6}{\pi \Delta^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left[-\frac{6}{\Delta^2} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \right] \quad (2.91)$$

Dabei wird die Filterweite Δ größer als die Gitterweite gewählt. Dementsprechend wird die gefilterte Flammenfront mit $2\Delta/\Delta_m$ Gitterpunkten aufgelöst.

Der Vorteil dieser Methode gegenüber der G-Gleichung besteht darin, dass alle von der Fortschrittsvariablen Θ abhängige Größen physikalisch definiert sind und aus der DNS oder experimentellen Untersuchungen entnommen werden können. Der Term, der die Flammenfrontverlagerung beschreibt, kann nach Boger [8] als eine Funktion der Flammenoberflächendichte Σ geschrieben werden:

$$\overline{\rho s_d |\nabla \Theta|} \approx \rho_u s_L \Sigma = \rho_u s_L \Xi |\nabla \Theta| \quad (2.92)$$

Dabei handelt es sich bei ρ_u um Dichte vom Frischgas und bei Ξ um den Verwinkelungsfaktor der Flamme.

2.3.4 Eddy-Break-Up Modell für LES

Das Eddy-Break-Up Model wurde von Spalding [101] vorgeschlagen. Dieses basiert auf der Idee, dass nur Turbulenz und nicht die Chemie die Umsatzrate beeinflusst. Die Reaktionszone wird dabei als Mischung aus frischem und verbranntem Gas betrachtet, die durch turbulente Eddies transportiert werden. Die mittlere Reaktionsrate wird hierbei durch die turbulente Mischungszeit τ_t und die Temperaturfluktuationen $\widetilde{\Theta'^2}$ kontrolliert:

$$\overline{\dot{\omega}_\Theta} = C_E \bar{\rho} \frac{1}{\tau_t^{SGS}} \widetilde{\Theta} (1 - \Theta) \quad (2.93)$$

mit:

$$\tau_t^{SGS} \approx \frac{l_\Delta}{u'_{SGS}} \quad (2.94)$$

Die Modellkonstante C_E ist von verschiedenen Größen wie Strömungsbedingungen und Gittergröße stark abhängig.

2.3.5 PDF-Modell

Die Verwendung eines PDF-Modells (Probability Density Function) bietet den Vorteil, dass der Unterschied zwischen vorgemischter und nicht vorgemischter Verbrennung vernachlässigt werden kann.

Die Transportfunktion $f = P(Y_\alpha, u_i, x_i, t)$ beinhaltet vollständige statistische Informationen über Geschwindigkeiten, Speziesmassenbrüche und Zeit-Raum-Koordinaten. Die Transportgleichung für f lautet wie folgt:

$$\rho(Y_\alpha) \frac{\partial f}{\partial t} + \rho(Y_\alpha) u_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \left(\rho(Y_\alpha) g_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial f}{\partial u_i} + \frac{\partial}{\partial Y_\alpha} (\rho(Y_\alpha) \omega(Y_\alpha) f) \quad (2.95)$$

Da das PDF-Modell für die Ein-Punkt-Statistik formuliert wurde, enthält dieses keine räumlichen Gradienten. Folglich wird ein Modell zur Beschreibung von viskosen Diffusion, molekularen Mischung und Druckgradienten benötigt. Die chemische Quellterme können hingegen exakt gelöst

werden. Die Lösung des extrem umfangreichen Gleichungssystems ist jedoch sehr aufwändig und erfordert spezielle Lösungsalgorithmen wie z.B. die Monte-Carlo-Methode [71].

3 Grundlagen der Akustik

In diesem Kapitel werden Grundlagen der Akustik und ihre Anwendungen auf reagierende Strömungen vorgestellt.

3.1 Grundbegriffe der Akustik

Das Fortschreiten akustischer Wellen in einem Fluid ist mit kleinen isentropischen Fluktuationen der Dichte ρ , des Drucks p und der Geschwindigkeit u_i um einen 'Ruhepunkt' verbunden. Dies verdeutlichen auch folgende Gleichungen:

$$p(x_i, t) = p_0(x_i, t) + p'(x_i, t) \quad (3.1)$$

$$\rho(x_i, t) = \rho_0(x_i, t) + \rho'(x_i, t) \quad (3.2)$$

$$u_i(x_i, t) = u_i(x_i, t) + u'_i(x_i, t) \quad (3.3)$$

Daraus ergibt sich die Definition von Schalldruck, der sich als schnelle Druckschwankung, d.h., als kurzzeitige Änderung des momentanen Absolutdrucks versteht (siehe Gl. 3.3 $p'(x_i, t)$). Die Annahme, dass das Fluid sich in einem stationären Zustand befindet, solange die akustischen Informationen in einem bestimmten Volumen fortschreiten, daher auch 'Ruhezustand', basiert darauf, dass das Fortschreiten der akustischen Wellen viel schneller ist als der konvektive Transport des Fluids. Dies gilt für niedrige Machzahlen Ma , die als Verhältnis von der konvektiven Geschwindigkeit zur Schallgeschwindigkeit definiert ist:

$$Ma = \frac{U}{c} \ll 1 \quad (3.4)$$

Akustische Druckfluktuationen werden durch ihre RMS-Werte (engl. *root mean square*) quantifiziert:

$$p'_{rms} = (\overline{p'^2})^{1/2} = (\overline{[p - p_0]})^{1/2} \quad (3.5)$$

Die Schallintensität beschreibt den Energietransport einer akustischen Welle durch Energie pro Zeiteinheit durch eine senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stehenden Einheitsfläche:

$$J_i = p' u'_i \quad (3.6)$$

Durch Integration von Schallintensität über eine geschlossene Fläche A , die ein Volumen inklusive akustischer Quellen umschließt, ergibt sich die Schallleistung:

$$P_{ac} = \int J_i n_i dA \quad (3.7)$$

Dadurch, dass akustische Fluktuationen in einem sehr breiten Größenordnungsbereich auftreten können, ist es sinnvoll logarithmische Skalen für Schalldruck L_p , Schallintensität L_J und Schallleistung L_P einzuführen:

$$L_p = 20 * \log \left(\frac{p'_{rms}}{2 * 10^{-5} Pa} \right) dB \quad (3.8)$$

$$L_J = 10 * \log \left(\frac{J}{1 * 10^{-12} W/m^2} \right) dB \quad (3.9)$$

$$L_P = 10 * \log \left(\frac{P_{ac}}{1 * 10^{-12} W} \right) dB \quad (3.10)$$

Eine akustische Welle besitzt eine bestimmte Oszillationsfrequenz f auch $\omega = 2\pi f$ und die dazugehörige Wellenlänge λ , die als Verhältnis von Schallgeschwindigkeit des Mediums zur Wellenfrequenz definiert wird:

$$\lambda = \frac{c_0}{f} \quad (3.11)$$

Akustische Wellen schreiten mit Schallgeschwindigkeit fort, die bei Umgebungsbedingungen 344m/s beträgt. Die ideale Gasgleichung kann für die Formulierung der Schallgeschwindigkeit hinzugezogen werden:

$$c^2 = \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_s = \gamma \frac{p}{\rho} = \gamma RT \quad (3.12)$$

mit γ als Adiabatenexponenten und R als spezifische Gaskonstante:

$$R = C_P - C_V \quad \gamma = \frac{C_P}{C_V} \quad (3.13)$$

3.2 Wellengleichung und akustische Analogie

Die ersten Arbeiten zur thermoakustischen Effizienz an offenen turbulenten Flammen basieren auf Untersuchungen von Bragg [10] im Jahr 1963. Die erste Veröffentlichung, in der Lighthills akustische Analogie auch auf reagierende Strömungen angewandt wurde, wurden von Kotake & Hatta [58] 1965 publiziert. Weitere Arbeiten zum Verständnis der reaktiven Effekte und zur Herleitung des verbrennungsinduzierten Schalls wurden von Chiu et al. [17], Crighton et al. [21], Klein [53], Strahle [103], Truffaut et al. [108] veröffentlicht.

3.2.1 Wellengleichung

Die Erhaltungsgleichungen 2.2 und 2.3 im Kapitel 2 beschreiben die akustische Ausbreitung, wobei eine kompressible Strömung zugrunde gelegt wurde ($\rho = \rho(p, T)$). Die Erhaltungsgleichungen werden entweder für Dichte ρ oder für den Druck p formuliert, wobei die bereits in 3.12 erwähnte Schallgeschwindigkeit c als Fortschrittsgeschwindigkeit auftaucht.

Eine Wellengleichung für ein homogenes akustisches Medium lässt sich also herleiten, indem die Divergenz $\partial/\partial x_i$ der Impulsgleichung gebildet wird und die Kontinuitätsgleichung nach der Zeit $\partial/\partial t$ abgeleitet wird. Im Anschluss wird von der abgeleiteten Kontinuitätsgleichung die Divergenz der Impulsgleichung subtrahiert. An dieser Stelle erhält man folgende Gleichung:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho u_i u_j - d_{ij} + (p - c_0^2 \rho) \delta_{ij}) = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (3.14)$$

Den Ausdruck $\rho u_i u_j - d_{ij} + (p - c_0^2 \rho) \delta_{ij}$ bezeichnet man als Lighthill-Tensor T_{ij} .

Nun wurde auf beiden Seiten der Term $\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$ addiert. Man erhält die Wellengleichung der Form:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho u_i u_j - d_{ij}) + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{1}{c_0^2} p - \rho \right) \quad (3.15)$$

Den Ausdruck $\rho u_i u_j - d_{ij}$ bezeichnet man als modifizierten Lighthill-Tensor T_{ij}^0 .

Die Gleichung 3.15 kann durch verschiedene Annahmen weiter vereinfacht werden. Zuerst wird die Skalenseparation nach 3.1 - 3.3 durchgeführt. Produkte aus zwei oder mehr fluktuierenden Termen können vernachlässigt werden, da diese sehr klein sind. Zeitliche Ableitungen der Mittelwerte können ebenso vernachlässigt werden, da diese deutlich kleiner sind als die Ableitungen fluktuierender Teile der Gleichungen. Der Ausdruck $p = p(\rho)$ wird linearisiert und Terme höherer Ordnung werden dabei vernachlässigt. Diese Modifikationen resultieren in einem System gekoppelter linearer partieller Differentialgleichungen (engl. Abk. PDE für Partial Differential Equations). Es kann ebenfalls gezeigt werden, dass dieses System der Gleichungen hyperbolisch ist und nach LeVeque [65] wie folgt ausgedrückt werden kann:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{q} + \mathbb{A} \frac{\partial}{\partial x_1} \mathbf{q} + \mathbb{B} \frac{\partial}{\partial x_2} \mathbf{q} + \mathbb{C} \frac{\partial}{\partial x_3} \mathbf{q} = \mathbf{s} \quad (3.16)$$

mit

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p'}{\partial t} \\ -\frac{\partial p'}{\partial x_1} \\ -\frac{\partial p'}{\partial x_2} \\ -\frac{\partial p'}{\partial x_3} \end{bmatrix} \quad \mathbf{s} = \begin{bmatrix} c_0^2 S \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 0 & c_0^2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbb{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & c_0^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

3.2.2 Akustische Analogie

Die Idee zur Trennung fluiddynamischer und akustischer Teile in der Navier-Stokes-Gleichung hatte Sir Lighthill im Jahr 1952 [68], [69]. Turbulente Strömungen treten dabei nur als akustische Quelle auf, dargestellt durch den Lighthill-Tensor (siehe 3.14), während die akustischen Wellen in einem homogenen Medium fortschreiten. Dabei kann das Strömungssystem als von außen ein-

wirkende Kraft dargestellt und als Quellterm für die akustische Ausbreitung betrachtet werden, so dass ein Fortschreiten der akustischen Wellen in einem akustischen Medium auch außerhalb des Quellgebietes stattfindet. Die einzige Interaktion zwischen dem turbulenten Strömungsfeld und dem akustischen Gebiet stellt der Lighthill-Tensor dar:

$$T_{ij} = \rho u_i u_j - d_{ij} + (p - c_0^2 \rho) \delta_{ij} \quad (3.19)$$

Seit der Publikation von Lighthills akustischer Analogie hat sich das Wissen über die Interpretation der Terme auf der rechten Seite von Gleichung 3.14 stets vermehrt. In Doak [25] und Williams & Howe [117] wird vorgestellt, dass neben den Quelltermen auf der rechten Seite auch die Wellenbrechung berücksichtigt ist. Die Wellengleichung ist in der Lage, das Fortschreiten der Wellen in einem homogenem Medium zu beschreiben. Für inhomogene Medien wird die rechte Seite der Wellengleichung durch Terme ergänzt, welche nicht schallproduzierend sind, sondern eine Ergänzung zur Beschaffenheit des Fluids darstellen und als Korrekturterm fungieren.

3.3 Kompressible Euler-Gleichungen

Im Gegensatz zur akustischen Analogie können die kompressiblen Euler-Gleichungen auch für inhomogene Medien benutzt werden. Aufgrund der Tatsache, dass die akustische Ausbreitung sowohl aus kleinen Schwankungen als auch aus viskosen Effekten besteht und Wärmeleitungs- und Strahlungseffekte vernachlässigt werden können, ist es möglich, die Navier-Stokes-Gleichungen als hyperbolische Euler-Gleichungen darzustellen. Dies sind gute Näherungen wenn die Viskosität noch dominierend ist, was z.B. bei Grenzschichten der Fall ist. Die Lösung der kompressiblen Euler-Gleichungen kann als direkte numerische Simulation für akustische Probleme betrachtet werden.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial \rho E u_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial p u_i}{\partial x_i} \quad (3.22)$$

Die spezifische Energie E kann mithilfe der idealen Gasgleichung folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$E = - \frac{p}{\rho(\gamma - 1)} + \frac{1}{2} u_j u_j \quad (3.23)$$

3.4 Linearisierte Euler-Gleichung

Bei niedriger Machzahl Ma kann die akustische Ausbreitung als isentrop mit konstanter Entropie betrachtet werden. Da der Druck eine Funktion der Dichte ist $p = p(\rho)$, können hier Euler-

Gleichungen noch weiter vereinfacht werden:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{x_j} = 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{x_j} = -\frac{\partial p(\rho)}{\partial x_i} \quad (3.25)$$

Die linearisierten Euler-Gleichungen stellen nur unter bestimmten Voraussetzungen gute Approximationen der nichtlinearen Beziehungen dar. In jedem Fall muss gelten, dass die Amplituden der akustischen Störung klein gegenüber den Mittelwerten sind:

$$|p'| \ll p_0 \quad |\rho'| \ll \rho_0 \quad (3.26)$$

Allein dies ist jedoch nicht ausreichend, da auch die Ableitungen der Schwankungsgrößen in den weggelassenen Termen in höherer Ordnung vorkommen, wodurch die Einführung weiterer Größen notwendig wird. Gewöhnlich werden die charakteristische Länge der Störung l_a und die charakteristische Zeit τ_a eingesetzt. Die Länge l_a entspricht dem Abstand benachbarter Maxima, während die Zeit τ_a die typische Zeitspanne zwischen zwei maximalen Auslenkungen beschreibt. Mit den charakteristischen Größen lassen sich nun Zusatzbedingungen formulieren die erfüllt sein müssen, damit linearisierte Gleichungen eine brauchbare Approximation darstellen:

$$|u'| \ll \frac{l_a}{\tau_a} \quad (3.27)$$

$$|p'| \ll \rho_0 \left(\frac{l_a}{\tau_a} \right)^2 \quad (3.28)$$

$$\frac{|\rho'|}{\rho_0} \ll \frac{2c^2}{\rho_0 \left| \frac{d^2 p}{dx^2} \right|} \quad (3.29)$$

Im Allgemeinen stellen die Bedingungen 3.27-3.29 keine echte Einschränkung des Gültigkeitsbereichs der Linearisierung dar. Sollte eine Bedingung jedoch verletzt sein, werden fast immer auch die Grundbedingungen 3.26 nicht erfüllt.

Die linearisierten Euler-Gleichungen lassen sich genauso wie die Wellengleichung im Kapitel 3.2.1 als Gleichungssystem von linearen partiellen Differentialgleichungen (PDE) darstellen:

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + u_{j,o} \frac{\partial p'}{\partial x_j} + \rho_0 c_0^2 \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + u_{j,o} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x_i} = 0 \quad (3.31)$$

Dieses System kann ebenso in der Matrizenschreibweise dargestellt werden, wobei \mathbb{A} , \mathbb{B} und \mathbb{C} Matrizen und \mathbf{q} einen Vektor darstellen:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{q} + \mathbb{A} \frac{\partial}{\partial x_1} \mathbf{q} + \mathbb{B} \frac{\partial}{\partial x_2} \mathbf{q} + \mathbb{C} \frac{\partial}{\partial x_3} \mathbf{q} = 0 \quad (3.32)$$

mit

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} p' \\ u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \end{bmatrix} \quad \mathbb{A} = \begin{bmatrix} u_{1,0} & \rho_0 c_0^2 & 0 & 0 \\ 1/\rho_0 & u_{1,0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_{1,0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_{1,0} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\mathbb{B} = \begin{bmatrix} u_{2,0} & 0 & \rho_0 c_0^2 & 0 \\ 0 & u_{2,0} & 0 & 0 \\ 1/\rho_0 & 0 & u_{2,0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_{2,0} \end{bmatrix} \quad \mathbb{C} = \begin{bmatrix} u_{3,0} & 0 & 0 & \rho_0 c_0^2 \\ 0 & u_{3,0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_{3,0} & 0 \\ 1/\rho_0 & 0 & 0 & u_{3,0} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

3.5 Interaktion zwischen Verbrennung und Akustik

Für die Simulation der akustischen Ausbreitung einer Flamme wird ein hybrider Ansatz verwendet. Grundsätzlich basieren die hybriden Ansätze auf Skalenseparation. Die große Differenz der Skalengrößen zwischen hydrodynamischen, chemischen und akustischen Längen- und Zeitskalen führt dazu, dass die Betrachtung des Verbrennungslärms in drei Stufen unterteilt wird.

Ein hybrider CFD/CAA-Ansatz ist durch eine starke Abhängigkeit der CAA (Computational Aero Acoustics) Ergebnisse von der Lösung der CFD gekennzeichnet.

3.5.1 Hybrider Ansatz zwischen CFD und CAA

Unter der Annahme einer turbulenten Strömung mit sehr hohen Reynolds-Zahlen, bei gleichzeitig niedrigen Machzahlen, können akustische Wellen als sekundäre Effekte betrachtet werden, die von den Effekten der turbulenten Strömung überlagert sind. Diese Annahme gilt, solange keine reflektierenden Wände und keine Resonanzeffekte die akustischen Oszillationen beeinflussen. Die Amplitudenskalen der turbulenten Strömung sind ganz klar von den Skalen der akustischen Strömung getrennt. Die Abbildung 3.1 zeigt die Skalenseparation einer CFD/CAA Simulation. Daraus wird klar, dass die chemische Reaktion in jedem Fall modelliert werden sollte. Die Modelle für die Vormischverbrennung sind im Kapitel 2.3 vorgestellt worden. Liegt der Fokus weiterhin auf dem turbulenten Strömungsfeld und sind die akustischen Emissionen vernachlässigbar bzw. stehen mit dem reaktiven Strömungsfeld nicht in Wechselwirkung, so kann ein Ansatz für inkompressible Simulation verwendet werden.

Wenn aber sowohl das reaktive Strömungsfeld als auch die akustische Ausbreitung simuliert werden sollen, wobei die Auswirkung des akustischen Feldes auf die turbulente Strömung vernachlässigt wird, kann die Skalenseparation von Strömung und Akustik genutzt werden. Dies geschieht unter Verwendung des CFD/CAA-Ansatzes. Für die Simulation der turbulenten reaktiven Strömung wird ein zeitauflösendes Verfahren wie z.B. die Large Eddy Simulation verwendet, während für die akustische Ausbreitung eine ganze Reihe von Verfahren eingesetzt werden können. Neben der integralen Lösung der akustischen Analogie können ebenso die Wellengleichung, linearisierte Euler-Gleichungen (wie in dieser Arbeit) oder auch APE (Acoustic Perturbation Equations) zum Einsatz kommen. An dieser Stelle wird ein Ansatz zur Kopplung der beiden Systeme verwendet, der in Kapitel 4.3 ausführlich beschrieben wird.

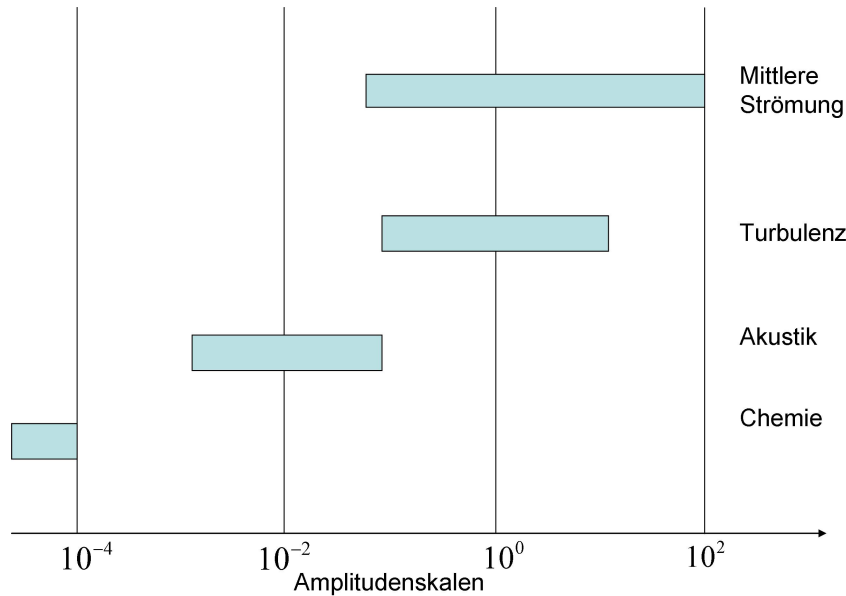


Abbildung 3.1: Skalenseparation bei CFD/CAA Simulation

Ein-Weg-Kopplung

Wenn bei der numerischen Simulation offener Flammen nur die Schallemissionen von Interesse sind, so ist nur die Kopplung des turbulenten numerischen Feldes an das akustische Feld in diese eine Richtung notwendig. In diesem Fall sind die Quellterme und die lokalen Strömungseigenschaften von dem akustischen Feld entkoppelt, so dass das Strömungsfeld nicht von der Akustik beeinflusst ist. Nur das akustische Feld wird von Strömungsgradienten des Fluides beeinflusst. Die Abbildung 3.2 zeigt diese so genannte Ein-Weg-Kopplung. Als Eigenschaften des Strömungsfeldes werden für akustische Simulationen die Dichte, Schallgeschwindigkeit, konvektive Strömungsgeschwindigkeiten und manchmal auch die Temperatur benötigt. Die Quellterme, die ebenfalls für akustische Ausbreitung verwendet werden, werden im Kapitel 3.5.2 genau erläutert. Dieser Ansatz ist bereits bei Bui et al. [11] und Flemming et al. [33] erfolgreich angewandt worden.

Zwei-Wege-Kopplung

Für die Analyse der akustischen Instabilitäten ist die Ein-Weg-Kopplung nicht geeignet, da dabei die Auswirkung des akustischen Feldes auf die Strömung eine entscheidende Rolle spielt. So sollten die Auswirkungen des akustischen Feldes zurück in das turbulente Strömungsfeld geführt werden, wie in der Abbildung 3.3 dargestellt. Die zur Berechnung des akustischen Feldes benötigten Informationen sind äquivalent zu denen der Ein-Weg-Kopplung. Es bleibt nun die Frage, wie das Feedback des akustischen Feldes auf die turbulente Strömung dargestellt werden sollte. Bei diesem Vorgang müssen das Strömungsfeld und das akustische Feld gleichzeitig gelöst werden. Eine detaillierte Beschreibung und Lösungsvorschläge zu diesem Problem finden sich bei Klewer [55].

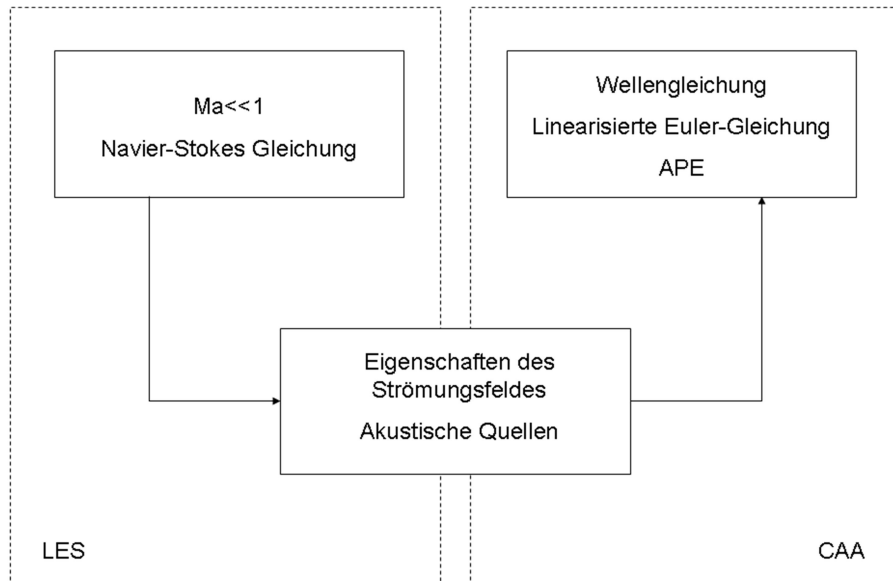


Abbildung 3.2: Ein-Weg-Kopplung von CFD an CAA

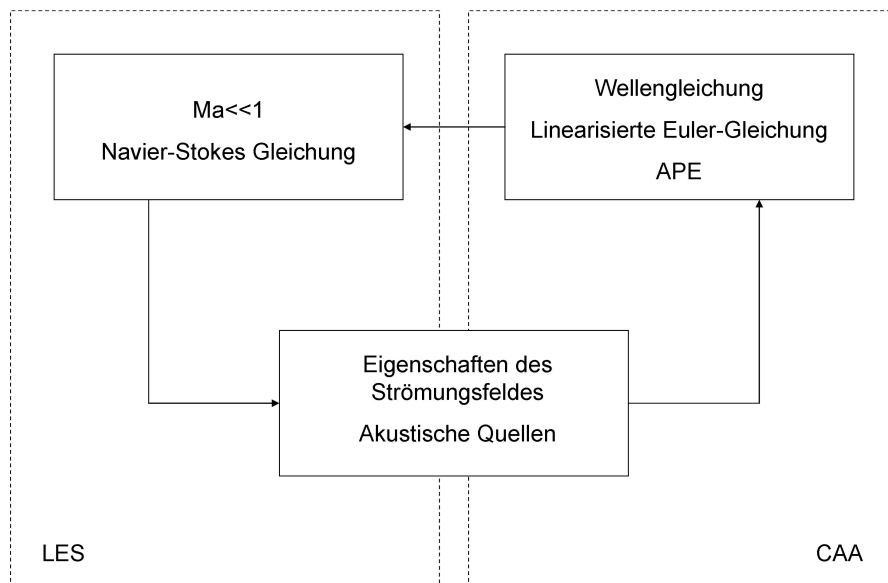


Abbildung 3.3: Zwei-Wege-Kopplung zwischen CFD und CAA

Gegenüberstellung von kompressibler Formulierung und *Low-Mach*-Ansatz

Eine kompressible Simulation des Verbrennungsprozesses ist sehr komplex und mit viel Aufwand verbunden. Einige Ergebnisse können z.B. Selle et al. [97] und Zhang et al. [119] entnommen werden. Dementsprechend bietet die Vorgehensweise der Kopplung einer *Low-Mach*-Formulierung für das Strömungsfeld und einer separaten Betrachtung des akustischen Feldes, wie es im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurde, mehrere Vorteile. Die *Low-Mach*-Formulierung ermöglicht durch die Skalenseparation zwischen Strömung und Akustik, die Nutzung zweier verschiedener Datensätze

für Verbrennung und Akustik. Zur Simulation der Strömung sind sowohl die mittleren Werte der verschiedenen Größen als auch ihre Fluktuationen notwendig, für die akustische Simulation sind hingegen nur die Fluktuationen von Interesse. Dieses Vorgehen vermeidet die Notwendigkeit der diskreten numerischen Auflösung und senkt die Kosten für die Speicherkapazitäten während der Simulation, da die zur akustischen Simulation nicht notwendigen Größen nicht abgelegt werden. Weiterer Vorteil der *Low-Mach*-Formulierung besteht darin, dass die Randbedingungen für das akustische Feld nicht denen des Strömungsfeldes entsprechen müssen. Damit entgeht man der Problematik, dass akustische Wellen an den Rändern das Gebiet verlassen sollten, wohingegen die Strömungsgrößen innerhalb des Gebietes bestehen bleiben sollten, da dies bei verschiedenen Randbedingungen für Strömung und Akustik ohne weiteren Aufwand möglich ist. Die Möglichkeit der Kopplung von zwei verschiedenen Simulationswerkzeugen bietet weiterhin den Vorteil, dass jedes dieser Werkzeuge getrennt voneinander auf die speziellen Anforderungen der jeweiligen Simulation abgestimmt werden kann.

3.5.2 Formulierung akustischer Quellterme

Dieses Unterkapitel ist der rechten Seite der akustischen Gleichungen gewidmet. Zunächst wird die Einführung einer Druck-Dichte-Relation notwendig. Der zweite thermodynamische Hauptsatz aus der Gleichung 2.20 kann für ideale kalorische Gase wie folgt umgeschrieben werden:

$$p = \frac{\gamma - 1}{\gamma} C_P \rho T \quad (3.35)$$

Durch die Anwendung der Skalenseparation (siehe Gl. 3.1-3.3) auf die Gleichung 3.35 ergibt sich:

$$p' - \bar{c}^2 \rho' = \frac{\gamma \bar{p}}{C_P} s' = Q_d \quad (3.36)$$

Als Q_d wird allgemein der Quellterm der Dichterelation bezeichnet. Die Entropiefluktuation lässt sich nach Ewert [29] ins Verhältnis zur fluktuierenden Wärmefreisetzung setzen:

$$\frac{\gamma \bar{p}}{C_P} s' = \frac{\gamma - 1}{\bar{c}^2} \dot{\omega}_T \quad (3.37)$$

Durch die Einführung einer *excess density* nach Crighton et.al. [21]:

$$\rho_e = (\rho - \bar{\rho}) - \frac{p - \bar{p}}{\bar{c}^2} \quad (3.38)$$

ergibt sich für die Druck-Dichte-Relation:

$$\frac{\partial p'}{\partial t} - \bar{c}^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\bar{c}^2 \frac{\partial \rho_e}{\partial t} \quad (3.39)$$

Durch die Anwendung der Kontinuitätsgleichung auf die *excess density*:

$$\frac{D\rho_e}{Dt} = \frac{\partial \rho_e}{\partial t} + u \nabla \rho_e \quad (3.40)$$

ergibt sich für die rechte Seite der Gleichung 3.39:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho_e}{\partial t} &= \frac{D}{Dt}(\rho - \bar{\rho}) - \frac{D}{Dt} \left(\frac{p - \bar{p}}{\bar{c}^2} \right) - \nabla(u \rho_e) - \frac{\rho_e}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \\
 &= \frac{D\rho}{Dt} - u \nabla \bar{\rho} - \frac{D}{Dt} \left(\frac{p}{\bar{c}^2} \right) + \frac{D}{Dt} \left(\frac{\bar{p}}{\gamma \bar{p}/\bar{\rho}} \right) - \nabla(u \rho_e) \\
 &= -\frac{1}{\bar{c}^2} \frac{Dp}{Dt} + \frac{\bar{\rho}}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \frac{\bar{p}}{\gamma \bar{p}/\bar{\rho}} \frac{D\rho}{Dt} \\
 &\quad - \nabla(u \rho_e) - \frac{\gamma - 1}{\gamma} u \nabla \bar{\rho} - \frac{p}{\bar{c}^2} u \left(\frac{\nabla \bar{p}}{\bar{p}} - \frac{\nabla \bar{\rho}}{\bar{\rho}} \right)
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Durch das Einsetzen des Quellterms aus der Gleichung 3.41 in die Druck-Dichte-Relation (Gleichung 3.39) erhält man:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial p'}{\partial t} - \bar{c}^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} &= -\bar{c}^2 \left[\frac{\bar{\rho}}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \frac{p - \bar{p}}{\rho \bar{c}^2} \frac{D\rho}{Dt} - \frac{1}{\bar{c}^2} \frac{Dp}{Dt} \right] \\
 &\quad \bar{c}^2 \left[\nabla(u \rho_e) + \frac{\gamma - 1}{\gamma} u \nabla \bar{\rho} + \frac{p}{\bar{c}^2} u \left(\frac{\nabla \bar{p}}{\bar{p}} + \frac{\nabla \bar{\rho}}{\bar{\rho}} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

An dieser Stelle sollte erwähnt werden, dass die rechte Seite der Gleichung 3.42 eine Vielzahl an akustischen Quelltermen enthält. Dazu gehören: instationäre Wärmefreisetzung, nicht isomolare Verbrennung, Diffusionseffekte der Spezies, Wärmediffusion und viskose Effekte. Anders ausgedrückt enthält dieser Term alle akustischen Quelltermmechanismen, die in einem reaktiven Strömungsfeld für die Akustik relevant sein könnten. Es ist leicht zu erkennen, dass der Aufwand zur Abbildung aller akustischen Quellterme enorm ist und viele Modellierungsansätze erfordert, somit ist eine vereinfachte Darstellung der Quellterme notwendig.

Die Untersuchung einzelner Quellterme wurde in der Literatur bereits mehrfach durchgeführt. Ausführliche Ergebnisse findet man bei Gröschel et al.[43], Bui [12] und Flemming [32]. Daraus kann gefolgert werden, dass sowohl die Diffusion der Wärme als auch viskose Effekte und Auswirkungen der nicht isomorale Verbrennung vernachlässigt werden können, da diese mindestens 3 Größenordnungen kleiner sind als die Auswirkungen der instationären Wärmefreisetzung und der Speziesdiffusion. Da der Term der instationären Freisetzung in der materiellen Ableitung der Dichte enthalten ist, ergibt sich für den Quellterm folgender Ausdruck:

$$Q_d = -\bar{c}^2 \left(\frac{\bar{\rho}}{\rho} + \frac{p - \bar{p}}{\rho \bar{c}^2} \right) \frac{D\rho}{Dt} \tag{3.43}$$

Für kleine Machzahlen kann die Annahme getroffen werden, dass Referenzdruck p_{ref} gleich dem mittlerem Druck \bar{p} ist. Diese Annahme führt zu der endgültigen Formulierung:

$$Q_d = -\bar{c}^2 \frac{\bar{\rho}}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \tag{3.44}$$

Es gibt weitere Formulierung der akustischen Quellen nach Kok&Klein [53], die für Diffusionsflammen bereits eingesetzt wurden in [53], [54], [79]:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \frac{\gamma - 1}{c_0^2} \dot{q} \right) \quad (3.45)$$

Dabei handelt es sich bei \dot{q} um Wärmefreisetzung. Dieser Quellterm wurde im Vorfeld dieser Arbeit untersucht und lieferte gleiche Ergebnisse wie die akustische Quelle Q_d (siehe Gleichung 3.44), nämlich die starke unphysikalische Überhöhung der Quellterme im Zusammenhang mit der sehr dünnen Flammenfront einer Vormischflamme, wie in Kapitel 5 beim Verwenden der Quelle Q_{d1} beschrieben. Dementsprechend wurde bei der weiteren Ausführung auf separate Betrachtungen dieses Quellterms verzichtet.

Quelltermentwicklung für vorgemischte Flammen

Eine der Haupteigenschaften der vorgemischten Flammen ist die sehr dünne Flammenfront. Diese ist gerade bei der Modellierung der Vormischverbrennung mithilfe der G-Gleichung aus dem Unterkapitel 2.3 von großer Bedeutung, da die Flammenfront vorwiegend nur innerhalb einer Zelle zu lokalisieren ist. Der akustische Quellterm basiert jedoch auf Dichtegradienten:

$$Q_d = -\bar{c}^2 \bar{\rho} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \right] \quad (3.46)$$

Wie in Kapitel 5.2 später gezeigt wird, kann insbesondere der Term $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ sehr groß werden und damit aus numerischen Gründen zu unphysikalischen Ergebnissen führen. Um diesem Problem zu entgehen, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein neuer Quellterm entwickelt, der zur Modellierung akustischer Quellen bei Vormischflammen mit verschiedenen Modellen empfohlen wird.

Für die Herleitung wurde eine Koordinatentransformation benutzt. In diesem Fall wird die Lagrange-Formulierung für die örtliche Beschreibung des Problems verwendet. Dabei bewegt sich der Beobachter auf der Flammenfront mit der Geschwindigkeit $v_i = u_i + s_t n_i$, wobei es sich bei s_t um turbulente Flammengeschwindigkeit handelt. Dieses Vorgehen wird in der Abbildung 3.4 verdeutlicht. Die Zeitkomponente bleibt bei dieser Transformation unverändert $t^* = t$.

Aus Massenerhaltung ist bekannt, dass:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (3.47)$$

Für einen Punkt auf der Flammenfront der sich mit der besagten Geschwindigkeit bewegt, gilt:

$$\frac{\partial}{\partial t^*} = \frac{\partial}{\partial t} + (u_i + s_T n_i) \frac{\partial}{\partial x_i} \quad (3.48)$$

und

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t^*} - u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} - s_T n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (3.49)$$

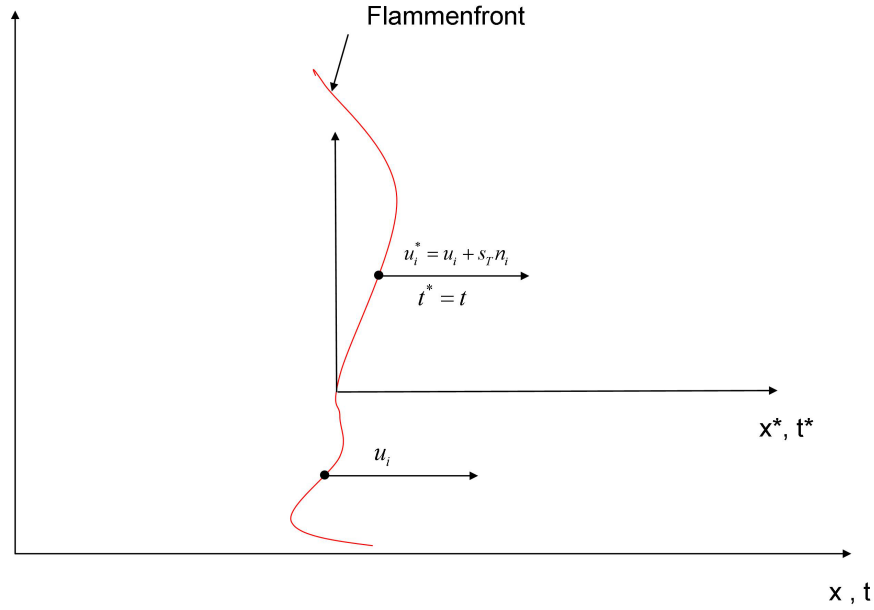


Abbildung 3.4: Koordinatentransformation. Der obere Punkt wird nach der Lagrange-Methode transformiert, der untere Punkt stellt einen Punkt in nicht transformierten Koordinaten dar.

Der erste Term auf der rechten Seite $\frac{\partial \rho}{\partial t^*}$ ist zu null zu setzen, da keine zeitliche Änderung der Eigenschaften für einen Punkt, der sich immer auf der Flammenfront befindet, stattfindet. Diese Annahme ist aber nur gültig, solange man keine Fragmentierung der Flammenfront innerhalb der Flamme feststellen kann. Andernfalls verliert diese Annahme ihre Gültigkeit. Wenn man die Gleichung 3.49 in die Gleichung 3.47 einsetzt, ergibt sich für $D\rho/Dt$ folgender Ausdruck:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -s_t n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (3.50)$$

Und für den Quellterm aus Gleichung 3.46 schreibt man:

$$Q_d = \bar{c}^2 s_t n_i \frac{\bar{\rho}}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (3.51)$$

Dieser akustische Quellterm [57] bildet die Basis der vorliegenden Arbeit und wird auf den Tecflam-Brenner, modelliert mit G-Gleichung und mit ATF-Modell im Kapitel 5, angewandt.

4 Numerische Methoden

Dieses Kapitel beschreibt numerische Methoden, die für die Simulation einer LES/CAA Kopplung notwendig sind. In vorliegender Arbeit wurden vier verschiedene Programme für die Simulation benutzt. Als ersten Schritt wurde für die CFD ein Programm namens FLOWSI (Flow Simulation) verwendet, das an das akustische Simulationswerkzeug CLAWPACK (Conservation Law Package) gekoppelt wurde, da diese Kombination effiziente numerische Simulation mit einfachem geometrischem Aufbau ermöglicht. Im Rahmen dieser Arbeit wurde diese Kopplung zur Simulation der Verbrennung und des verbrennungsinduzierten Schalls des Tecflam-Brenners eingesetzt, wo bei der Simulation der Vormischflamme das G-Gleichungsmodell zum Einsatz kam. Anschließend wurde das Strömungssimulationsprogramm FASTEST (Flow Analysis Solving Equations with Simulated Turbulence) in Kopplung mit PIANO als akustisches Werkzeug für einen weiteren Testfall verwendet. Diese Kopplung ist zur numerischen Simulation von Testfällen mit komplexen Geometrien geeignet. In der vorliegenden Arbeit wurde diese ebenfalls zur Simulation vom Tecflam-Brenner benutzt, wobei die Vormischflamme mithilfe des ATF-Modells abgebildet wurde.

4.1 Numerische Methoden der Strömungssimulation

In diesem Abschnitt werden Methoden von zwei verschiedenen Simulationsprogrammen vorgestellt. Das Programm FLOWSI ist zur Simulation von Konfigurationen mit einfacher Geometrie auf einem äquidistanten Gitter in zylindrischen Koordinaten geeignet. Das Simulationstool FASTEST hingegen eignet sich für komplexe Geometrien, die auf einem blockstrukturierten Gitter abgebildet werden.

4.1.1 Numerische Methoden in FLOWSI

Da die Grundlagen einer LES bereits in Kapitel 2 ausführlich behandelt wurden, sollen an dieser Stelle nun die programmspezifischen Modellierungsansätze präsentiert werden. Der Simulationscode FLOWSI wurde schon mehrfach für die Flammensimulation eingesetzt, unter anderem von Flemming [32] für Diffusionsflammen, von Düsing [28] für Vormischflammen. Genaue Erläuterungen zur Implementierung der G-Gleichung für Vormischflammen in FLOWSI findet man bei Freitag [36].

Das Simulationsprogramm FLOWSI benutzt ein versetztes Gitter (engl. *staggered grid*) mit einem Löser, der auf einer Finiten-Volumen-Diskretisierung basiert. Parameter wie Druck p , Dichte ρ , Viskosität ν , skalare Variablen $f(c)$ und G-Wert sind in der Zellmitte abgelegt. Dagegen werden die Geschwindigkeitswerte in alle drei Richtungen an den Zellrändern gespeichert. Von besonderer Bedeutung für versetzte Gitter ist die nicht erforderliche Interpolation der Geschwindigkeiten, wodurch einer Entkopplung von Geschwindigkeit und Druck vorgebeugt wird (siehe Düsing [28]).

Erhaltungsgleichungen für Moment und Skalar

Die diskretisierte Form der Erhaltungsgleichung für Moment und Skalar wird im Folgenden hergeleitet. Unter Verwendung von δV als Zellvolumen, des δA als die dazugehörigen Flächen und des Gausschen Theorems erhält man für die Massenerhaltungsgleichung:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} = \frac{1}{\delta V} \sum_{j=1}^3 \left[|\delta A_j^+| \bar{\rho} u_j^{\delta A_j^+} - |\delta A_j^-| \bar{\rho} u_j^{\delta A_j^-} \right] \quad (4.1)$$

für die Momentenerhaltung:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho} u_i}{\partial t} = & \frac{1}{\delta V} \sum_{j=1}^3 \left[|\delta A_j^+| \left(\overline{\rho(\nu + \nu_T) D_{ij}}^{\delta A_j^+} - \bar{\rho} u_i u_j^{\delta A_j^+} \right) \right] \\ & \frac{1}{\delta V} \sum_{j=1}^3 \left[-|\delta A_j^-| \left(\overline{\rho(\nu + \nu_T) D_{ij}}^{\delta A_j^-} - \bar{\rho} u_i u_j^{\delta A_j^-} \right) \right] \\ & - \left[|\delta A_j^+| \bar{P}^{\delta A_j^+} - |\delta A_j^-| \bar{P}^{\delta A_j^-} \right] + |\delta V| \bar{\rho} g_i^{\delta V} + Q_i \end{aligned} \quad (4.2)$$

und für Skalarkonzentration:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho} f}{\partial t} = & \frac{1}{\delta V} \sum_{j=1}^3 \left[|\delta A_j^+| \left(\overline{\rho / Sc(\nu + \nu_T) D_j}^{\delta A_j^+} - \bar{\rho} f u_j^{\delta A_j^+} \right) \right] \\ & \frac{1}{\delta V} \sum_{j=1}^3 \left[-|\delta A_j^-| \left(\overline{\rho / Sc(\nu + \nu_T) D_j}^{\delta A_j^-} - \bar{\rho} f u_j^{\delta A_j^-} \right) \right] + \Omega \end{aligned} \quad (4.3)$$

Die Komponenten des Vektors Q_i aus der Gleichung 4.2 beschreiben den Effekt der gekrümmten Koordinatensysteme. Für kartesische Koordinaten wird dieser Term zu null gesetzt. Für zylindrische Koordinaten schreibt man diesen Term als:

$$\begin{aligned} Q_x^{cyl} &= 0 \\ Q_\phi^{cyl} &= -\delta\phi |\delta A_\phi| (\rho u_\phi u_r - \tau_{\phi r}) \\ Q_z^{cyl} &= -\delta\phi |\delta A_\phi| (\rho u_\phi u_\phi - \tau_{\phi\phi} + P) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Das Finite-Volumen-Verfahren besteht aus zwei Schritten: die an den Zelloberflächen gespeicherten Werte müssen durch Interpolation und daran anschließende Integration approximiert werden. Die Ordnung der Genauigkeit des Verfahrens begrenzt sich damit auf die unterste Ordnung der beiden Schritten, üblicherweise handelt es sich dabei um Verfahren 2ter Ordnung.

Ausführliche Informationen zu dieser Thematik können bei Forkel [34] nachgelesen werden.

Zur Diskretisierung konvektiver Flüsse ist im Simulationsprogramm FLOWSI das QUICK-Verfahren für G-Gleichung angewandt worden, für andere Simulationen wird ein CDS Verfahren 2ter Ordnung verwendet. Ein Überblick über die verschiedenen Verfahren gibt die Gleichung 4.5. Dabei handelt es sich bei r um das Gradientenverhältnis $r = u_{dw} - u_{ce} / u_{ce} - u_{up}$ die für die Beschreibung der Limiter-Funktion $B(r)$ benutzt wird.

$$\begin{aligned}
&\text{Upwind-Verfahren : } B(r) = 0 \\
&\text{Central Differencing Scheme (CDS) : } B(r) = r \\
&\text{QUICK-Verfahren : } B(r) = 3/4r + 1/4 \\
&\text{CHARM-Verfahren : } B(r) = (r(3r - 1)/(r + 1)^2 | r > 0)
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Diskretisierung diffusiver Flüsse basiert auf der Central Differencing Scheme (CDS) 2ter Ordnung.

Randbedingungen

Partielle Differentialgleichungen benötigen Randbedingungen um ihre Lösbarkeit zu gewährleisten. Einige Randbedingungen werden durch die spezifische Geometrie der Konfiguration vorgegeben, wie z.B. Wände, andere müssen vom Anwender vorgegeben werden, wie z.B. der Ablauf. Folgende Randbedingungen können im FLOWSI eingestellt werden:

- Periodische Randbedingungen:
Werden durch das Kopieren der Daten (Geschwindigkeit, Druck, Skalare usw.) von der linken auf die rechte Seite der Grenzfläche dargestellt.
- Feste Wände:
Eine genaue Beschreibung der wandnahen Bedingungen stellt zum jetzigen Zeitpunkt eine Herausforderung im Kontext der LES dar. Die einfachste Methode um dies zu realisieren, ist eine Haftbedingung für Geschwindigkeiten gepaart mit einer *Kein-Fluss* Randbedingung zu jedem Zeitschritt für Skalare. Informationen zur Wandmodellierung finden sich zahlreich innerhalb des wissenschaftlichen Diskurses [81], [89]. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Variante von Saiki und Biringen [90] verwendet, die darauf basiert, dass man eine Rückwirkung einer äußeren Kraft auf die rechte Seite der Momentengleichung setzt, die den Effekt der Wand beschreibt. Diese Kraft kann wie folgt aussehen:

$$F(x_s, t) = \alpha \int_0^t (u(x_s, t) - v(x_s, t)) dt + \beta (u(x_s, t) - v(x_s, t)) \tag{4.6}$$

Dabei wird die Geschwindigkeit an der Grenzfläche zu 0 gebracht, α und β sind negative Konstanten, wobei α die Oszillationsfrequenz erzeugt, die durch β gedämpft wird. $v(x_s, t)$ beschreibt die Bewegung des Massenpunktes.

- Einlass-Bedingung:
Die Bedingungen am Einlass spielen eine sehr große Rolle bei der Simulation von Fluiden. Die Verwendung von einem zeitweise konstanten Geschwindigkeitsprofil ist denkbar für eine laminare Strömung mit niedriger Reynolds-Zahl. Für eine turbulente Strömung ist solche Einlass-Bedingung nicht anwendbar. Der Inflow-Generator von Klein [52], der in dieser Arbeit verwendet wurde, basiert auf der Idee der Filterung von Daten zur Erreichung einer Zweipunkt-Korrelation, zusammen mit dem vorgegebenen Reynolds-Spannungstensor. Diese digitale Filterung kann sowohl während der Simulation als auch davor im Preprocessing-Schritt angewendet werden.
- Umgebungsbedingung:
Für die Bedingung am Auslass wird die Neumannsche Randbedingung verwendet, die den

Gradienten des Mischungsbruchs f oder der Geschwindigkeit u betrifft. FLOWSI benutzt eine Null-Gradienten-Randbedingung am Auslass für Druck und Skalar zu jedem Zeitschritt.

Level-Set Methode

Die G-Gleichung wird im Rahmen dieser Arbeit mithilfe der Level-Set Methode gelöst, basierend auf den vorhergehenden Arbeiten von Düsing [28] und Freitag [36].

Zur korrekten Bestimmung der Position von Flammenfront $G = 0$, wird ein Suchalgorithmus verwendet. Freitag [36] hat das Prinzip soweit vereinfacht, dass man nur nach dem Vorzeichenwechsel des G-Wertes sucht und in der Umgebung anhand dessen Größe die Entfernung der Flammenfront zu dem Zellpunkt bestimmt. Punkte, die diagonal zu den entsprechenden Zellen liegen, werden nicht berücksichtigt. Es werden nur die G-Werte transportiert, die folgende Bedingungen erfüllen:

$$\check{G}(i, j, k) * (\check{G}(i \pm 1, j, k) \vee \check{G}(i, j \pm 1, k) \vee \check{G}(i, j, k \pm 1)) \leq 0 \quad (4.7)$$

$$\check{G}(i, j, k) < 0. \quad (4.8)$$

Alle anderen G-Punkte, die den beiden Bedingungen nicht genügen, werden nur rekonstruiert um die Bedingung $|\nabla \check{G}| = 1$ zu erfüllen.

Nach Peters [75] sollte der Transport von Level-Set entweder auf der Seite des unverbrannten oder des verbrannten Gases stattfinden. Für diese Arbeit wurde die Seite des unverbrannten Gases benutzt.

Zur Erstellung einer Chemietabelle mit laminarer Flammengeschwindigkeit wurde das Programm *chem1d* [42] verwendet, um die genaue Verteilung der Flammengeschwindigkeit unter Berücksichtigung der Anfangstemperatur T_0 und des Drucks p_0 abzubilden.

Die Formulierung der turbulenten Flammengeschwindigkeit enthält einen Term für die Flammenkrümmung κ . Es ist notwendig, die Flammenkrümmungsfläche entsprechend $\kappa = -\nabla * \nabla G / |\nabla G|$ zu diskretisieren. Da diese aber nur im 2-dimensionalen Raum definiert ist, wird im Rahmen dieser Arbeit eine Mittelung der Flammenkrümmung $\kappa = (\kappa_1 + \kappa_2)/2$ verwendet. Um die Level-Set Bedingung $|\nabla \check{G}| = 1$ in der Nähe der Flammenfront zu erfüllen, wurde die Formulierung von Keller [49] für die Flammenkrümmung verwendet. Diese wird im Rahmen dieser Arbeit wie folgt modelliert:

$$\check{\kappa}_{axis} = [-\check{G}_{rr}\check{G}_x^2 - \check{G}_{xx}\check{G}_r^2 + 2\check{G}_{rx}\check{G}_x\check{G}_r] [\check{G}_x^2 + \check{G}_r^2]^{-3/2} \quad (4.9)$$

Der konvektive Transport der G-Gleichung wird auf der Seite des nicht verbrannten Gases benutzt und mithilfe $\tilde{u}_i \tilde{n}$ durchgeführt. Der Normalenvektor \tilde{n} wird dargestellt als:

$$\tilde{n}_i = -\frac{\partial \check{G}}{\partial x_i} \left[\sum_j \left(\frac{\partial \check{G}}{\partial x_j} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (4.10)$$

Alle Gradienten der Gleichung 4.10 sind mit dem CDS Verfahren 2ter Ordnung approximiert worden. Die Approximation der Geschwindigkeit \tilde{u}_i erfolgt in zwei Schritten: zuerst wird der Moment einzelner Geschwindigkeitskomponenten durch CDS, QUICK oder Upwind approximiert, anschließend wird das Moment zurück in die Geschwindigkeit mithilfe der Dichte ρ umgewandelt.

Zeitintegration des G-Feldes

Die Level-Set Bedingung muss während der Simulation aufrechterhalten werden, was für das vollständige Gebiet $|\nabla \check{G}| = 1$ bedeutet. Die Flamme wird allerdings nur im Bereich der Flammenfront transportiert, folglich muss die Level-Set Bedingung im restlichen Gebiet aufrechterhalten werden. Dies geschieht durch die Anwendung der Reinitialisierungsmethode nach Osher et.al. [74], Sedgewick et.al. [96] und der Extension-Velocity-Methode nach Sethian [3]. Die Implementierung dieser Methoden im FLOWSI erfolgte durch Düsing [28] und einige Modifikationen später durch Freitag [36].

Die zeitliche Änderung des G-Feldes auf der Flamme entspricht der Gleichung:

$$\frac{\partial \check{G}}{\partial t} = F_{ext} |\nabla \check{G}| \quad (4.11)$$

dabei handelt es sich bei F_{ext} um Ausbreitungsgeschwindigkeit des G-Feldes mit:

$$F_{ext} = u_U n + s_T \quad (4.12)$$

Zusätzlich enthält diese Gleichung auch die Eigenschaften einer Abstandsfunktion für die flammennahen \check{G} -Punkte. Diese Annahme basiert auf den Arbeiten von Zhao [120]. Für die flammennahen Zellen ist F_{ext} nun bekannt. Für die Werte in den Randbereichen des Rechengebietes sind keinerlei Bedingungen einzuhalten, so dass es sich bei der Differentialgleichung 4.11 um ein Startwertproblem im räumlichen Sinne handelt. Dieses Problem wird von der Flamme ausgehend gelöst.

Das Sortieren der \check{G} -Punkte erfolgt mittels eines Heapsort-Verfahrens. Einen Überblick über dieses Verfahren geben Lewandowski [67] und Sedgewick [96].

Die vorzeichenbehaftete Abstandsfunktion $|\nabla \check{G}| = 1$ muss, wie bereits erwähnt, während der gesamten Simulation erhalten bleiben. Da es vorkommt, dass die Ungenauigkeiten sich über mehrere Zeitschritte akkumulieren, besteht die Notwendigkeit einer Reinitialisierung des G-Feldes. Neben den regelmäßigen Reinitialisierungen wird zusätzliche Reinitialisierung gebraucht, wenn sich die Topologie der Flamme ändert. Für die Reinitialisierungsmethode wurde in dieser Arbeit iterative Vorgehensweise gewählt, wobei die Methode von Russo und Smereka [88] zum Einsatz kam. Hierfür wird die Reinitialisierung in zwei Schritte aufgeteilt, für Punkte nahe der Flammenfront lautet die Iterationsvorschrift wie folgt:

$$\check{G}^{n+1} = \check{G}^n - (sig(\check{G}^0) |\check{G}^n| - D) \frac{\Delta \tau}{\Delta x} \quad (4.13)$$

wobei es sich bei D um einen vorzeichenbehafteten Abstand eines G-Punktes zum aktuellen G-Punkt handelt mit:

$$D_i = \frac{\check{G}_i^0}{|\Delta \check{G}_i^0 / \Delta x|} \quad (4.14)$$

für ein eindimensionales Problem mit konstanter Gitterweite Δ . Bei sig handelt es sich um eine geglättete Signum-Funktion:

$$sig(\phi) = \begin{cases} D/\Delta x, & \text{für Punkte nahe der Flamme} \\ sig(\phi), & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.15)$$

Die Iterationsvorschrift für dieses Verfahren lautet demnach:

$$\frac{|\Delta \check{G}^i|}{\Delta x} = \max \left(\frac{|\check{G}(i+1) - \check{G}(i-1)|}{2\Delta x}, \frac{|\check{G}(i+1) - \check{G}(i)|}{\Delta x}, \frac{|\check{G}(i) - \check{G}(i-1)|}{\Delta x}, \epsilon \right) \quad (4.16)$$

wobei es sich bei ϵ um einen kleinen Wert handelt, der verhindern soll, dass die Gleichung 4.14 gegen unendlich geht.

Diese Methode ist für die Anwendung der G-Gleichung für vorgemischte Flammen von Düsing [28] und Freitag [36] im Hinblick auf Effizienz modifiziert worden. Die Berechnung des Abstands D wurde so modifiziert, dass für die Vorschrift aus 4.16 gilt $\check{G}(i, j, k) = D(i, j, k) + \check{G}^0(i, j, k)$. Die zweite Veränderung betrifft die Gradientengleichung. Für jeden Punkt Nahe der Flamme werden in drei Koordinatenrichtungen jeweils drei verschiedene Gradienten mittels Zentralknoten-Verfahrens gebildet. Da dieses Verfahren Nachteile bezüglich der Effizienz aufweist und Vereinfachungen zu schlechteren Ergebnissen führen (siehe [28]), wird an dieser Stelle ein Upwind-Differenzenverfahren zur Berechnung des Flammenpunktes verwendet.

Für die Bestimmung des G-Feldes außerhalb des Flammenfrontgebiets wird aus Gründen der Effizienzsteigerung die Reinitialisierung nach Sussmann [104] mit der Iterationsvorschrift :

$$\check{G}^{n+1} = \check{G}^n + \text{sig}(\check{G}^0) (1 - |\check{G}^n|) \Delta \tau \quad (4.17)$$

verwendet.

Kopplung zwischen Strömung und G-Feld

Sind alle Werte des $\check{G} - G_0$ an den Ecken einer Zelle entweder größer oder kleiner null, so ist innerhalb dieser Zelle keine Flammenfront vorhanden. In diesem Fall kann sowohl die Dichte als auch die Viskosität des verbrannten oder unverbrannten Gemisches gesetzt werden. In allen anderen Fällen liegt in einer Zelle sowohl verbranntes als auch unverbranntes Gemisch vor. Um dies zu quantifizieren, wird als erstes ein Volumenanteil an verbranntem Gas α eingeführt, der mithilfe einer Heaviside-Funktion berechnet wird:

$$\alpha_i = \frac{1}{\Delta V_i} \int_{\Delta V_i} H(\check{G} - G_0) dV \quad (4.18)$$

Wenn α dann bekannt ist, werden Dichte und Viskosität innerhalb der Zelle i wie folgt berechnet:

$$\bar{\rho}_i = \rho_U + \alpha_i(\rho_V - \rho_U); \quad \tilde{\nu} = \frac{\rho_U \nu_U + \alpha_i(\rho_V \nu_V - \rho_U \nu_U)}{\bar{\rho}_i} \quad (4.19)$$

Nach genau demselben Prinzip werden auch über Flächen gemittelte Viskositäten und Dichten berechnet.

Volumenanteile der Verbrennungsprodukte werden mittels einer Monte-Carlo-Methode nach folgender Vorschrift ermittelt:

$$\alpha_i = \frac{1}{N_{MC}} \sum_{n_{MC}=1}^{N_{MC}} H(\check{G}(x_{n_{MC}}) - G_0) \quad (4.20)$$

Bei N_{MC} handelt es sich um eine große Anzahl von Punkten mit zufälliger Position $x_{n_{MC}}$ innerhalb einer Zelle i mit G-Werten, die über eine lineare Interpolation bestimmt werden.

Modellierung der turbulenten Flammengeschwindigkeit s_T

Bei der Modellierung der Vormischflammen im Kontext der G-Gleichung wurde folgender Ansatz verwendet:

$$s_T \tilde{n} = (s_L + s_L \Lambda_{\tilde{n}} + s_{sgs}) \tilde{n} \quad (4.21)$$

Bei $\tilde{\phi}$ handelt es sich um den von Pitsch [77] vorgeschlagenen Filteroperator, der auf eine zweidimensionale Fläche angewandt wird und bei Λ um Markstein-Länge.

Ändert sich das Äquivalenzverhältnis Φ , so variiert die laminare Flammengeschwindigkeit s_L . Dies ist bei der vorliegenden Konfiguration des Tecflam-Brenners, da es sich um eine offene vorgemischte Flamme handelt, der Fall. Die Variation des Mischungsbruchs f wird durch die variable laminare Flammengeschwindigkeit s_L eingebunden.

Unter Verwendung von Chemiesimulationswerkzeug Chem1d [42] wurde eine Serie von laminaren eindimensionalen Flammen unter Berücksichtigung der Anfangstemperatur T_0 , des Anfangsdrucks p_0 und des Äquivalenzverhältnisses $\Phi = 0.01$ (für magere Vormischflammen) berechnet und in einer Tabelle abgelegt. Diese Tabellen enthalten zusätzlich die Flammendicke l_f , verbrannte und unverbrannte Dichte ρ_u , ρ_b und dynamische Viskositäten μ_u , μ_b . Beim Auslesen der notwendigen Daten während der numerischen Simulation wird unter Berücksichtigung des Mischungsbruchs f linear interpoliert.

Parallelisierung

Das Simulationswerkzeug FLOWSI ist soweit modifiziert, dass es grundsätzlich auf 16 Prozessoren parallel rechnen kann. Der direkte elliptische Löser benötigt eine explizite Kommunikationsmatrix, die nicht automatisch generiert werden kann. Diese Matrix besteht aus $2(n_{CPU}-1)n_{CPU}$ Elementen.

Die Parallelisierung von Momenten- und Skalartransport basiert auf einer Gebietszerlegung, wobei das Feld in Strömungsrichtung in gleich große Gebiete aufgeteilt wurde und diese den einzelnen Prozessoren zugewiesen wurden. MPI-Bibliotheken ermöglichen die Kommunikation zwischen den Prozessoren. Informationen der zwei Grenzlagen werden zwischen den benachbarten Prozessoren ausgetauscht, um die Genauigkeit der TVD und QUICK zu gewährleisten.

Berechnungen von Flammenkrümmung, des Spannungsterms und der Normalenvektoren an der Flammenfront erfordern die übliche Kommunikation der Prozessoren an den Gebietsgrenzen. Spezielle Art der Kommunikation wird von der Rekonstruktion der Flammenfront verlangt. Dabei wird das G-Feld in verschiedene Schichten aufgeteilt, abhängig von dessen Größe und wird an den Grenzen zum nächsten Prozessor erst übergeben, wenn dieser vollständig berechnet wurde.

4.1.2 Numerische Methoden in FASTEST

Flow Analysis Solving Transport Equations with Simulated Turbulence, kurz FASTEST, ist ein effizientes Programm zur Berechnung von Strömungen in vielfältigen und komplexen Anwen-

dungsbereichen. Es wird für blockstrukturierte Gitter eingesetzt, was auch die Abbildung komplexer Geometrien ermöglicht. Die Parallelisierung wird durch Verteilung einzelner Gitterblöcke auf verschiedene Prozessoren erreicht.

Räumliche und zeitliche Diskretisierung

Zur Lösung der Navier-Stokes-Gleichung durch die Finite-Volumen-Methode muss die Geometrie des vorliegenden Problems in elementare Kontrollvolumen unterteilt werden. In FASTEST benutzt man dazu die Hexaeder. Durch die Approximation muss die Differentialgleichung nicht in jedem Punkt sondern im Mittel über ein Kontrollvolumen erfüllt werden. Diese Diskretisierung leitet aus dem System nichtlinearer partieller Differentialgleichungen ein System algebraischer Differentialgleichungen ab. Eine Approximation wird umso genauer, je kleiner die Kontrollvolumen werden.

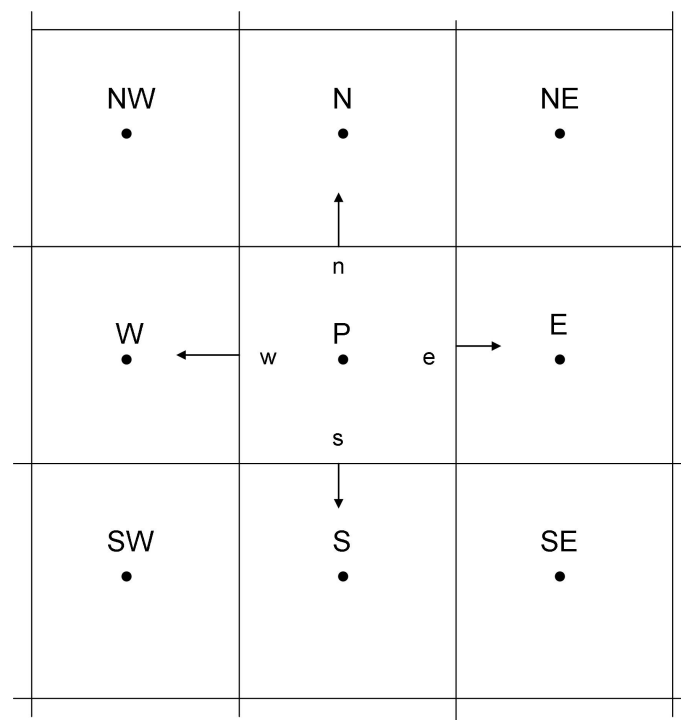


Abbildung 4.1: Ausschnitt aus einem Gitter in der x, y -Ebenen. Die Nachbarschaftsbezeichnungen in Kompassnotation sind beispielhaft im Gitter eingetragen.

Die allgemeine Transportgleichung

$$\frac{\partial \rho \Phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[U_i \Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right] = S_\Phi \quad (4.22)$$

wird mittels der Finiten-Volumen-Methode diskretisiert, indem sie über ein im Allgemeinen nichtorthogonales Kontrollvolumen KV integriert wird:

$$\int_{KV} \frac{\partial \rho \Phi}{\partial t} dV + \int_{KV} \frac{\partial}{\partial y_i} \left(\rho U_j \Phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \Phi}{\partial y_i} \right) dV = \int_{KV} S_\Phi dV \quad (4.23)$$

Mithilfe des Gausschen Integralsatzes:

$$\int_V \text{div} \vec{F} d^n V = \oint_S \vec{F} \vec{n} d^{n-1} S \quad (4.24)$$

kann das zweite Volumenintegral in ein Oberflächenintegral umgewandelt werden, so dass nun konvektive und diffusive Flüsse in und aus dem Kontrollvolumen über die Seitenflächen vorliegen. Es ergibt sich:

$$\int_{KV} \frac{\partial \rho \Phi}{\partial t} dV + \int_{\partial KV} \left(\rho u_j \Phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \Phi}{\partial y_i} \right) n_j dF = \int_{KV} S_\Phi dV \quad (4.25)$$

wobei n_j die Komponenten der nach außen gerichteten Flächennormalen sind. Die Anordnung der Gitterpunkte wird in der Abbildung 4.1 dargestellt.

Die Diskretisierung einzelner Terme erfolgt mittels Verfahren zweiter Ordnung.

Für schiefwinklige Gitter, die von FASTEST unterstützt werden, steht eine multilineare Interpolation (MULI), die von Leinhäuser und Schäfer [63] entwickelt wurde, zur Verfügung. Diese resultiert aus der Bestimmung räumlicher Gradienten am Flächenmittelpunkt durch Taylor-Reihen-Entwicklungen zu benachbarten KV-Zentren unter Vernachlässigung von Termen zweiter oder höherer Ordnung:

$$\phi_e \approx \gamma_E \phi_E + (1 - \gamma_E) \phi_P + \gamma_{NS} (\phi_N - \phi_S) + \gamma_{TB} (\phi_T - \phi_S) \quad (4.26)$$

Eine Erweiterung dieses Interpolationsschemas wurde durch Hahn [44] und Olbricht [73] vorgeschlagen. Diese basiert auf der Idee, Verfahren niedriger Ordnung und Verfahren höherer Ordnung so zu kombinieren, dass die Stabilitätsgrenze nicht überschritten wird und dementsprechend Oszillationen vermieden werden. Dabei wird eine *flux-limiter*-Funktion $B(r)$ eingeführt mit:

$$r = \frac{\phi_D^{lim} - \phi_u^{lim}}{\phi_U^{lim} - \phi_{UU}^{lim}} \quad (4.27)$$

und:

$$B(r) = \begin{cases} \frac{r(3r+1)}{(r+1)^2}, & r > 0 \\ 0, & r \leq 0. \end{cases} \quad (4.28)$$

Daraus ergibt sich die Formulierung für ϕ_e :

$$\phi_e = \phi_U + B(r) (\phi_U^{lim} - \phi_{UU}^{lim}) \frac{|x_{i,e} - x_{i,U}|}{|x_{i,D} - x_{i,U}|} \quad (4.29)$$

Diese Formulierung verhindert die Kumulation numerischer Fehler, die zu unphysikalischen Werten führen könnten.

Berechnung räumlicher Gradienten an Kontrollvolumenseiten erfolgt direkt in Abhängigkeit von

Nachbarnpunkten:

$$\begin{aligned}\Phi_{e,DABT} &= (\phi_E - \phi_P) \\ \Phi_{e,DABT}^2 &= (\phi_N - \phi_S - \phi_{NE} - \phi_{SE}) \\ \Phi_{e,DABT}^3 &= (\phi_T - \phi_B - \phi_{TE} - \phi_{BE})\end{aligned}\tag{4.30}$$

Die Diskretisierung in den Kontrollvolumenzentren wird verwendet wie folgt:

$$\begin{aligned}\Phi_P^1 &= (\phi_e - \phi_w) \\ \Phi_P^2 &= (\phi_n - \phi_s) \\ \Phi_P^3 &= (\phi_t - \phi_b)\end{aligned}\tag{4.31}$$

Für die Ausführungen zur zeitlichen Diskretisierung wird eine Modellgleichung wie folgt eingeführt:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi, t)\tag{4.32}$$

für den Schritt von t^n nach t^{n+1} ergibt sich folgender Ausdruck:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \delta_t F(\phi)\tag{4.33}$$

In der folgenden Arbeit wird das von Olbricht [73] und Hahn [44] implementierte explizite Zeitdiskretisierungsverfahren angewandt, welches für die kleinen Zeitschrittweiten, die für die Grobstruktursimulation reaktiver Strömungen notwendig sind, in Form von einem dreistufigen Runge-Kutta Verfahren zweiter Ordnung realisiert wurde. Dabei ergibt sich der Wert für den Zeitschritt $n + 1$ in drei Schritten durch:

$$\begin{aligned}\phi^1 &= \phi^n + \delta_t \alpha_1 F^n \\ \phi^2 &= \phi^n + \delta_t \alpha_2 F^1 \\ \phi^{n+1} &= \phi^n + \delta_t \alpha_3 F^2\end{aligned}\tag{4.34}$$

Die Koeffizienten α_n ergeben sich dabei zu:

$$\alpha_1 = \frac{1}{3}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{2}, \quad \alpha_3 = 1\tag{4.35}$$

Das System der Navier-Stokes-Gleichungen enthält als Variable die drei Komponenten u_1 , u_2 und u_3 des Geschwindigkeitsvektors. In jeder Gleichung tritt zusätzlich der statische Druck P als Unbekannte auf. Da der Druck die treibende Kraft für eine Strömung ist, muss er ebenfalls berechnet werden, dazu wird die Kontinuitätsgleichung als Nebenbedingung benutzt.

Eine Möglichkeit zur Lösung dieses Problems stellen die Druckkorrekturverfahren dar, die den Druck als Korrekturgröße für Geschwindigkeits- und Impulsfeld benutzen, um Kontinuitäts-Bedingungen zu erfüllen.

Druckkorrektur

Im Kontext des Zeitschrittverfahrens wurde die *fractional-step*-Projektionsmethode in FASTEST von Hahn [44] und Olbricht [73] angewandt, die bereits 1968 von Chorin [18] vorgestellt wurde. Eine ausführliche Beschreibung dieser Methode findet man in Mardsen und Corin [20] und Ferziger und Perić [31].

In der diskreten Impulsgleichung wird nun der zusätzliche Druckterm $P^{n+1} = -\frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i}$ berücksichtigt:

$$(\rho u_i)^{n+1} = (\rho u_i)^n + \delta_t(K^n + D^n) + \delta_t P^{n+1} \quad (4.36)$$

wobei es sich bei K um den Beitrag der Konvektion und bei D den der Diffusion handelt. Der unbekannte Druckbeitrag P^{n+1} wird aufgespalten in den Beitrag des Drucks aus dem alten Zeitschritt P^n und dem Korrekturfaktor P' , der bis dato unbekannt ist:

$$P^{n+1} = P^n + P' \quad (4.37)$$

Da der neue Druck nicht zur Verfügung steht, wird das vorläufige Impulsfeld mit dem alten Druck P^n berechnet:

$$(\rho u_i)^V = (\rho u_i)^n + \delta_t(K^n + D^n) + \delta_t P^n \quad (4.38)$$

Die Subtraktion der Gleichungen 4.36 und 4.38 führt zu folgendem Ausdruck:

$$(\rho u_i)^V - (\rho u_i)^{n+1} = -\delta_t P' \quad (4.39)$$

Die Umformung der Gleichung 4.39 nach $(\rho u_i)^{n+1}$ und das Einsetzen in die Kontinuitätsgleichung ergibt eine Poisson-Gleichung für P' , wobei sich dessen Quellterm aus der Divergenz des vorläufigen Geschwindigkeitsfeldes und der zeitlichen Änderung der Dichte zusammensetzt:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} P' = \frac{1}{\Delta_t} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i)^V \right) \quad (4.40)$$

Die Lösung der Gleichung 4.40 erfolgt mittels einer FVM, die zu einem linearen Gleichungssystem führt. Dieses Gleichungssystem wird mit einem iterativen SIP-Verfahren (*strongly implicit procedure*), basierend auf ILU-Zerlegung, gelöst. Anschließend werden die Geschwindigkeit und der Druck gemäß 4.37 und 4.39 korrigiert.

Randbedingungen

Drei verschiedene Arten von Randbedingungen stehen im FASTEST zur Verfügung.

- **Einstromrandbedingungen**
Am Einlass wird die Dirichlet-Bedingung eingesetzt, so dass der zu transportierende Wert an jeder Einstromfläche gesetzt wird. Zur Erzeugung der Einstromwerte wurde ein Inflow-Generator nach Klein [52] benutzt, wie bereits in Kapitel 4.1.1 erwähnt wurde.
- **Ausstromrandbedingungen**
Am Ausstromrand, wo die Lösung nicht bekannt ist, werden Neumann-Randbedingungen

für sämtliche skalare Größen und Fluideigenschaften eingesetzt. Dabei wird der Gradient der Normalenrichtung auf null gesetzt:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} n_i = 0 \quad (4.41)$$

Für Geschwindigkeitsrandbedingungen wird das Konzept der eingefrorenen Turbulenz nach Richter [84] benutzt:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + u_m \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} n_i = 0 \quad (4.42)$$

Die dabei auftretende Geschwindigkeit u_m stellt die mittlere Konvektionsgeschwindigkeit an der Austrittsfläche dar. Der Vorteil dieser Randbedingung besteht darin, dass eventuell auftretende Druckfluktuationen am Austritt nicht zurück in das Rechengebiet reflektiert werden können.

- Wandrandbedingungen

An den Wänden wurde eine no-slip Randbedingung verwendet, bei der die Geschwindigkeiten an den Wandflächen zu null gesetzt wurden.

Modellierung der turbulenten Flammengeschwindigkeit s_T

Bei der Modellierung der Vormischflammen mit Hilfe des ATF-Modells wird die laminare Flammengeschwindigkeit s_L ebenfalls aus der Chemietabelle, erstellt mit chemld, entnommen (vgl. Unterkapitel 4.1.1). Dabei wurde im Rahmen dieser Arbeit die turbulente Flammengeschwindigkeit s_T wie folgt approximiert:

$$s_T = s_L E_{ATF} \quad (4.43)$$

wobei es sich bei E_{ATF} um die Effizienzfunktion, die bereits in Kapitel 2.3 beschrieben wurde, handelt.

Parallelisierung

Der Strömungslöser FASTEST basiert, wie bereits erwähnt, auf blockstrukturierten Gittern. Diese ermöglichen auf der einen Seite Abbildungen komplexer Geometrien, auf der anderen Seite zieht dies die Teilung des Algorithmus und die sequentielle Abarbeitung der Blöcke im Verfahren nach sich. Der wesentliche Aspekt der Blockstrukturierung ist die Organisation des Datenaustausches und der Kommunikation zwischen den Blöcken, was durch Einführung von Hilfskontrollvolumina an den sich berührenden Seitenflächen der Blöcke erfolgt. Diese erhalten sowohl geometrische Daten der Nachbarvolumina als auch Flüsse, Quellterme und Variablen. Die geometrischen Daten müssen nur einmal vor Beginn der Rechnung getauscht werden. Dagegen müssen die sich verändernden Daten bei jedem Iterationsschritt an geeigneter Stelle im Algorithmus aktualisiert werden.

Die Blockstrukturierung und Zerlegung des Rechengebietes erlaubt eine einfach zu realisierende Parallelisierung des Verfahrens durch die Anwendung der Technik *message passing*. Dabei werden

einzelne Blöcke verschiedenen Prozessoren zugeordnet, der gesamte Rechenalgorithmus wird auf jedem Prozessor gestartet und der Datenaustausch erfolgt durch betriebsspezifische Kommunikationsprogramme.

Durch die Parallelisierung entsteht neben dem eigentlichen algorithmischen Aufwand zusätzlicher Kommunikationsaufwand zwischen den Prozessoren, so dass die Effizienz des Verfahrens immer kleiner als 100% ist.

4.2 Numerische Methoden der aeroakustischen Simulation

In diesem Unterkapitel werden numerische Methoden erläutert, die in aeroakustischen Lösern zum Einsatz kommen. Als Erstes wird auf die spezifischen Methoden im aeroakustischen Löser CLAWPACK eingegangen. Anschließend werden die spezifischen Punkte des Löser PIANO erläutert.

4.2.1 Numerische Methoden in CLAWPACK

Der aeroakustische Löser CLAWPACK wurde ursprünglich von LeVeque [66] entwickelt und ist zur Lösung auf äquidistanten Gittern in kartesischen Koordinaten geeignet. Ausführliche Informationen zu diesem Code findet sich bei Leveque [65] und Durran [27]. Das Programm wurde von Klewer [55] zur Lösung auf zylindrischen Koordinaten erweitert, so dass Interpolation von zylindrischen (FLOWSI) auf kartesische (ursprünglich CLAWPACK) Gitter überflüssig wird. Im Rahmen dieser Arbeit wurde CLAWPACK an den Strömungslöser FLOWSI für Vormischflammen gekoppelt.

Ansatz zur Lösung hyperbolischer partieller Differentialgleichungen (PDE)

Zur Diskretisierung wird beim Akustiksimulationsprogramm CLAWPACK das Finite-Volumen-Verfahren verwendet, das auch beim Strömungssimulationsprogramm FLOWSI benutzt wird.

Der Ansatz zur Lösung hyperbolischer partieller Differentialgleichungen wird hier am Beispiel der Wellengleichung gezeigt, wobei ausführliche Informationen bei Leveque [65] gefunden werden können. Für weitere Ausführungen soll hier, aus Gründen der Einfachheit, nur die Matrix \mathbb{A} aus der Gleichung 3.16 betrachtet werden. Diese entspricht der Wellenfortschreitung in x_1 -Richtung. Daraus ergibt sich das zu betrachtende System:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{q} + \mathbb{A} \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{q} = 0 \quad (4.44)$$

Der Vektor \mathbf{q} beinhaltet dabei den Schalldruck p' und die Schallschnelle u'_1 , und die Matrix \mathbb{A} reduziert sich zu:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} p' \\ u'_1 \end{bmatrix} \quad \mathbb{A} = \begin{bmatrix} 0 & \rho c^2 \\ 1/\rho & 0 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Der Beweis, dass es sich hierbei um ein hyperbolisches Gleichungssystem handelt, besteht nach Leveque [65] darin, dass die Matrix \mathbb{A} diagonalisierbar ist und reelle Eigenwerte besitzt. Dies ist

bei der Gleichung 4.45 der Fall.

Das hergeleitete System der hyperbolischen Gleichungen beschreibt das Fortschreiten der akustischen Welle mit Geschwindigkeit, die dem Eigenwert der Matrix \mathbb{A} entspricht. Die Eigenwerte dieser Matrix sind:

$$\lambda^1 = -c \quad \lambda^2 = c \quad (4.46)$$

Die Eigenvektoren sind demnach:

$$r^1 = \begin{bmatrix} -\rho c \\ 1 \end{bmatrix} \quad r^2 = \begin{bmatrix} \rho c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

Das Riemann-Problem

Entscheidend für den Lösungsansatz sind die speziellen Anfangsbedingungen für den Vektor \mathbf{q} , die aus abschnittsweise konstanter Verteilung mit einem Sprung besteht. Dieses spezielle Anfangswertproblem bezeichnet man als Riemann-Problem. Um diese Diskontinuität abbilden zu können, wird eine stückweise definierte Funktion gewählt:

$$\mathbf{q}_{t=0}(x_1) = \begin{cases} \mathbf{q}_L, & \text{für } x_1 < 0 \\ \mathbf{q}_R, & \text{für } x_1 > 0. \end{cases} \quad (4.48)$$

Dabei sind \mathbf{q}_R und \mathbf{q}_L Werte rechts und links von der Diskontinuität, wie in der Abbildung 4.2 dargestellt. D.h. in anderen Worten, dass der Wert \mathbf{q} konstant ist rechts und links von der Diskontinuität, aber \mathbf{q}_L und \mathbf{q}_R sind nicht gleich. Die Diskontinuität schreitet mit einer Geschwindigkeit,

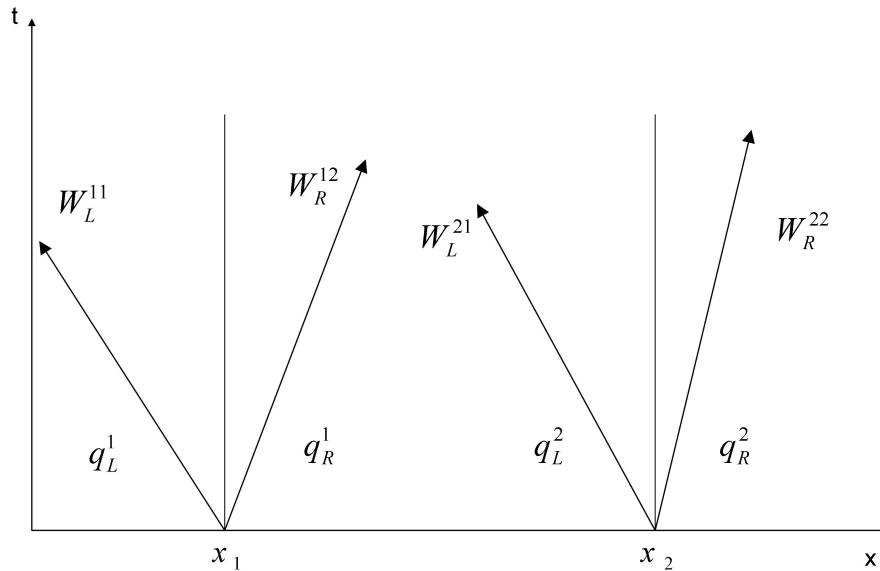


Abbildung 4.2: Darstellung der Wellen in der x_1, t -Ebene, die durch das Riemann-Problem an der Zellfläche entstehen.

entsprechend den Eigenwerten aus der Gleichung 4.46, fort.

Zunächst werden die Wellen, die von dem Sprung an der Stelle x_1 ausgehen, betrachtet. Eine davon läuft nach links, die andere nach rechts, wobei sie immer mit R oder L gekennzeichnet sind, siehe auch Abbildung 4.2. Die Größe der nach links laufenden Welle ist definiert durch ein Vielfaches des Eigenvektors r_1 :

$$W_L^{11} = \alpha_L^1 \begin{bmatrix} -\rho_L c_L \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

Entsprechend formuliert man die Größe der nach rechts laufenden Welle:

$$W_R^{12} = \alpha_R^2 \begin{bmatrix} \rho_R c_R \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Um die Faktoren α_L^1 und α_R^1 zu ermitteln wird die Bedingung benutzt, dass die Stärke der beiden Wellen der Diskontinuität entspricht:

$$\mathbf{q}_L^1 + W_L^{11} = \mathbf{q}_R^1 + W_R^{12} \quad (4.51)$$

Für das lineare System kann der Faktor α_k^i durch ein lineares Gleichungssystem berechnet werden:

$$\alpha = [r^1 r^2]^{-1} (q_R - q_L) \quad (4.52)$$

Die Lösung des Riemann-Problems kann nun als Summe der Anfangsbedingungen der linken Seite der ursprünglichen Diskontinuität und der Superposition unterschiedlicher Wellen, die aus den Diskontinuitäten resultieren und sich entlang der x_1 -Koordinate bewegen, dargestellt werden. Es wird zusätzlich eine Heaviside-Funktion $H(\phi)$ eingeführt:

$$H(\phi) = \begin{cases} 0, & \text{für } \phi \leq 0 \\ 1, & \text{für } \phi > 0. \end{cases} \quad (4.53)$$

Damit folgt nun:

$$\mathbf{q}(x_1, t) = \mathbf{q}_L + \sum_{n=1}^m H(x_1 - \lambda^n t) W_{L/R}^n \quad (4.54)$$

Alle vorher hergeleiteten Gleichungen dienen nun dazu, die Wellengleichung 3.16 dreidimensional zu lösen. Die Methode, die in CLAWPACK dazu verwendet wird, basiert auf der Methode von Godunov [41]. Die Werte werden dabei an diskreten Positionen definiert, die gitterabhängig sind, und stellen damit Mittelwerte für die Nachbarzellen zur Verfügung. Den Kern von diesem Algorithmus, also eine Lösung für t^{n+1} ausgehend von t^n , kann man in drei Schritten beschreiben:

1. Definieren einer abschnittsweise konstanten Approximation für den Zeitschritt t^n , wobei abschnittsweise konstant dem Mittelwert der Zelle Δx entspricht.
2. Lösung des Riemann-Problems an den Zelloberflächen für einen Zeitschritt Δt . Die Diskontinuität ist an den Zelloberflächen nun gelöst und erfüllt auch die Kontinuitätsgleichung.
3. Mittelung der im Schritt 2 berechneten Variablen über die Zellflächen.

Durch die Anwendung der Godunov-Methode wird das Upwind-Verfahren erster Ordnung zu einem Verfahren zweiter Ordnung. Zusätzlich wurde dabei eine Limitierfunktion von Van Leer [110] verwendet, um eine niedrige numerische Diffusion ohne numerische Oszillationen zu erreichen.

Randbedingungen

Bei nicht reflektierenden Randbedingungen wird eine Extrapolation nullter Ordnung verwendet, die den Wellen erlaubt, das Rechengebiet zu verlassen ohne reflektiert zu werden, solange diese parallel oder orthogonal zu den Randbereichen auftreten. Wenn dies nicht der Fall ist, wird die Welle teilweise in das Rechengebiet zurückreflektiert. Eine Lösung für dieses Problem hatte Berenger [6], der vorschlug, dass man die ankommende Welle in zwei Richtungskomponenten aufsplittet und diese anschließend durch die Extrapolation nullter Ordnung ohne Reflexionen aus dem Rechengebiet begleitet.

Die einfachste Methode bezüglich der Implementierung ist der sogenannte Sponge Layer, der von Karni [48], entwickelt wurde. Das Grundprinzip vom Sponge Layer ist das Verhindern, dass die Wellen einen Rand überhaupt erreichen, so wird die Lösung im Randbereich durch eine Dämpfungs- oder Filterungsfunktion beeinflusst, so dass entweder die Amplitude einer Welle verkleinert oder die Geschwindigkeit der Wellenfortschreitung zu null gebracht wird. Diese Methode wurde von Klewer [55] in den Code CLAWPACK implementiert.

4.2.2 Numerische Methoden in PIANO

Der aeroakustische Strömungslöser PIANO (Perturbation Investigation of Aerodynamic Noise) wurde am Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt in Braunschweig entwickelt [24]. Es besteht die Möglichkeit, mit diesem Programm sowohl linearisierte Euler-Gleichungen als auch akustische Störgleichungen (APE, Acoustic Perturbation Equations) mithilfe des Finite-Differenzen-Verfahrens zu lösen. Dieser Code ist dazu geeignet, komplexe Geometrien auf einem blockstrukturierten Gitter abzubilden. Die Parallelisierungsstrategie basiert, wie auch beim Strömungslöser FASTEST (siehe Kapitel 4.1.2), auf Verteilen der Blöcke auf verschiedene Prozessoren.

Räumliche Diskretisierung

Räumliche Gradienten werden unter Anwendung einer Dispersion-Preserving-Relation Finite Difference Scheme (DRP), eingeführt durch Tam&Webb [105], abgebildet. Die Idee dahinter ist, die numerische Dispersion, die durch Diskretisierung eines gewählten Wellenzahl-Bereiches entsteht, mit einem digitalen Filter zu minimieren. Dazu wird im Piano eine Schablone mit 7 Punkten verwendet. Die Rechenvorschrift auf einem äquidistanten eindimensionalen Gitter lautet nun:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_i = \frac{1}{\Delta x} \sum_{l=-3}^{+3} c_l \phi_{i+l} \quad (4.55)$$

Dabei sind die 7 Punkte c_l definiert als:

$$\begin{aligned}
 c_{-3} &= -0.020843142770 \\
 c_{-2} &= 0.166705904415 \\
 c_{-1} &= -0.7708823805188 \\
 c_0 &= 0.0 \\
 c_1 &= 0.770882380518 \\
 c_2 &= -0.166705904415 \\
 c_3 &= 0.020843142770
 \end{aligned} \tag{4.56}$$

Wie man sieht, ist der Verlauf der Koeffizienten c_l symmetrisch. An den Rändern ist deren Gebrauch nicht möglich, so dass dafür unsymmetrische Schablonen benutzt werden. Die Anwendung dieser Koeffizienten ermöglicht ein Verfahren vierter Ordnung für räumliche Diskretisierung.

Zeitintegration

Für die Zeitdiskretisierung wird in PIANO ein Runge-Kutta Verfahren vierter Ordnung verwendet. Dabei steht dem Benutzer sowohl das klassische 4- bis 6-stufige Runge-Kutta Schema als auch LDDRK (low-dissipation, low-dispersion)- Algorithmus nach Hu et al. [47] zur Verfügung. Das stabile Runge-Kutta Schema in vier Schritten definiert sich für eine Erhaltungsgleichung:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi) \tag{4.57}$$

und entspricht der Form:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t \sum_{i=1}^4 a_i K_i \tag{4.58}$$

mit

$$K_i = F \left(\phi^n + \Delta t \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} K_j \right) \tag{4.59}$$

Beim klassischen Runge-Kutta Schema werden Koeffizienten a_i und b_i wie folgt definiert:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{1}{6} & b_{21} &= \frac{1}{2} \\
 a_2 &= \frac{1}{3} & b_{31} &= 0 & b_{41} &= \frac{1}{2} \\
 a_3 &= \frac{1}{3} & b_{41} &= 0 & b_{42} &= 0 & b_{43} &= 1 \\
 a_4 &= \frac{1}{6}
 \end{aligned} \tag{4.60}$$

Die Vorschrift für den Zeitfortschritt $\phi^n \rightarrow \phi_4^{n+1}$ lautet

$$\begin{aligned}
 \textbf{Schritt 1} \quad \phi_1^{n+1} &= \phi^n + a_1 \Delta t K_1 & \text{mit} \quad K_1 &= F(\phi^n) \\
 \textbf{Schritt 2} \quad \phi_2^{n+1} &= \phi_1^{n+1} + a_2 \Delta t K_2 & \text{mit} \quad K_2 &= F(\phi^n + b_{21} \Delta t K_1) \\
 \textbf{Schritt 3} \quad \phi_3^{n+1} &= \phi_2^{n+1} + a_3 \Delta t K_3 & \text{mit} \quad K_3 &= F(\phi^n + b_{32} \Delta t K_2) \\
 \textbf{Schritt 4} \quad \phi_4^{n+1} &= \phi_3^{n+1} + a_4 \Delta t K_4 & \text{mit} \quad K_4 &= F(\phi^n + b_{43} \Delta t K_3)
 \end{aligned} \tag{4.61}$$

Das Zweischritt LDDRK Schema ist im PIANO ebenfalls verfügbar. Die Koeffizienten sind so gewählt, dass sowohl Dissipations- als auch Dispersionsfehler minimiert werden, ohne Stabilitätsgrenzen zu verletzen. Im Folgenden wird ein fünf- bis sechsstufiges LDDRK-Schema vorgestellt.

Für eine Erhaltungsgleichung gilt dabei die Vorschrift:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + K_i \tag{4.62}$$

mit

$$K_i = \Delta t F(\phi^n + \beta_i K_{i-1}) \tag{4.63}$$

Die Koeffizienten β_i sind dabei:

$$\begin{aligned}
 c_2 &= \beta_i \\
 c_3 &= \beta_i \beta_{i-1} \\
 &\vdots \\
 c_p &= \beta_p \beta_{p-1} \beta_2
 \end{aligned} \tag{4.64}$$

Koeffizienten c_p für ein fünf- bis sechsstufiges LDDRK-Schema sind in der Tabelle 4.1 zu finden.

Stufe	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
5	1	0.5	0.166558	0.0395041	0.00781071	
6	1	0.5	1/3!	1/4!	0.00781005	0.00132141

Tabelle 4.1: Optimierte Koeffizienten des Verstärkungsfaktors c_i für ein LDDRK-Schema

Randbedingungen

Vier Typen physikalischer Randbedingungen stehen im PIANO zur Verfügung.

- **Ausstromrandbedingung**
Die Ausstromrandbedingung basiert auf dem Konzept von Tam&Webb [105]. Dabei werden die Druckschwankungen in das Fernfeld abgestrahlt.
- **Abstrahlung in das Fernfeld**
Diese Randbedingung wurde ebenfalls nach dem Konzept von Tam&Webb [105] umgesetzt.

Diese wird nur bei rausgehenden akustischen Wellen eingesetzt und basiert auf der Bedingung:

$$\left(\frac{1}{V(\Theta)} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{rc_{2D}} \right) \begin{bmatrix} \rho' \\ u' \\ v' \\ w' \\ p' \end{bmatrix} = 0 \quad (4.65)$$

mit $c_{2D} = 2$ für zweidimensionale und $c_{2D} = 1$ für dreidimensionale Simulationen.

- Wandrandbedingung

An der Wand wird das *ghost*-Punkt Konzept von Tam&Dong [106] angewandt. Die Idee dabei ist das Einführen von einem zusätzlichen Knoten hinter der Wand. Der Druckwert an diesem Punkt ist so definiert, dass die Randbedingung:

$$\vec{n}\vec{u} = 0 \quad (4.66)$$

erfüllt wird.

- Sponge-Layer

Der bereits im Kapitel 4.2.1 vorgestellte Sponge-Layer ist ebenfalls im PIANO implementiert.

4.3 Kopplung zwischen CFD und CAA

In diesem Kapitel wird die Kopplung der aeroakustischen Programme an die Strömungslöser erläutert.

Dabei wird in dieser Arbeit nur die Ein-Weg-Kopplung (siehe Kapitel 3.5) verwendet. Es existiert auch eine Zwei-Wege-Kopplung von FASTEST und PIANO, die von Klewer [55] für Diffusionsflammen durchgeführt wurde, diese ist jedoch für die Validierung der neu formulierten akustischen Quellen zunächst nicht von Bedeutung.

4.3.1 Kopplung von FLOWSI und CLAWPACK

Dadurch, dass beide Codes auf einem äquidistanten Gitter in zylindrischen Koordinaten arbeiten, ist eine Interpolation zwischen den Gittern nicht notwendig. Dabei wird jedoch das akustische Gitter benutzt, welches deutlich größer ist als dasjenige für die reagierende Strömung. Dies erklärt sich dadurch, dass die Auswirkungen der reagierenden Strömung auf das akustische Feld in der Flammennähe stattfindet und ein größeres akustisches Gitter nun dazu benutzt wird, um die akustische Ausbreitung auch außerhalb von diesem Gebiet berechnen zu können. Dies wird in der Abbildung 4.3 verdeutlicht. Die Kopplung der beiden Tools besteht darin, dass akustisch relevante Felder vom Strömungslöser FLOWSI zum aeroakustischen Löser CLAWPACK übergeben werden. Dazu gehört neben der aeroakustischen Quelle (siehe Unterkapitel 3.5.2) Q_d , auch das Dichtefeld ρ , Schallgeschwindigkeit c , und Geschwindigkeitsfelder u_i . Die Zeitschrittweite Δt ist bei beiden Lösern durch das CFL-Kriterium begrenzt. Die maßgebliche Größe dafür ist im Strömungslöser die

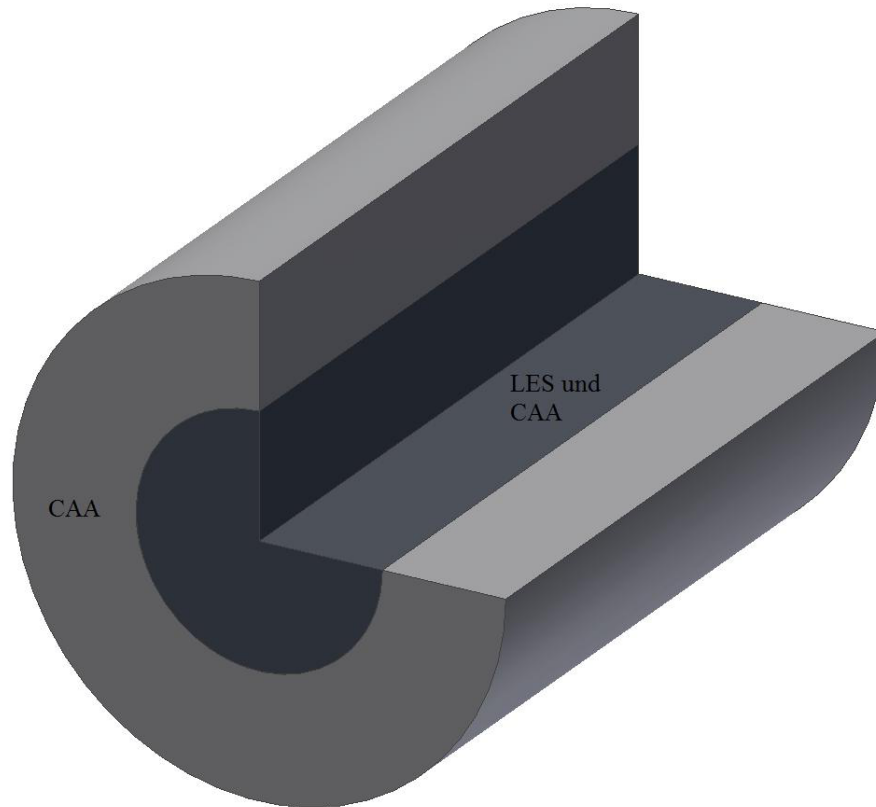


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung der Rechengebiete von LES und CAA. Das Gebiet der akustischen Simulation ist dabei deutlich größer. Simulation mit FLOWSI und CLAWPACK.

konvektive Geschwindigkeit und im akustischen Löser die Schallgeschwindigkeit. Daraus ergibt sich, dass die Zeitschrittweite Δt im akustischen Löser deutlich geringer ist, somit sind mehrere akustische Zeitschritte innerhalb von einem LES-Zeitschritt notwendig. Dazu werden die von LES an die CAA übergebenen Felder für die vom CLAWPACK benötigten Schritte vorgehalten, d.h. diese bleiben innerhalb von einem LES-Zeitschritt unverändert.

Im Folgenden soll ein Überblick über die einzelnen Schritte einer Kopplung gegeben werden:

- Schritt 1: Einlesen der Inflow-Bedingungen in FLOWSI für Zeitschritt t^{n+1}
- Schritt 2: Lösen der strömungsspezifischen Gleichungen und der G-Gleichung (siehe auch Kapitel 2 und Unterkapitel 4.1.1)
- Schritt 3: Berechnen des akustischen Quellterms Q_d und der Schallgeschwindigkeit c
- Schritt 4: Übergeben der benötigten Felder an das akustische Simulationstool CLAWPACK
- Schritt 5: Lösen der aeroakustischen Gleichungen in CLAWPACK, Durchführen von so vielen Zeitschritten wie nötig.
- Schritt 6: Visuelle Ausgaben, wenn nötig, sowohl vom Strömungsfeld (Statistiken) als auch von der Akustik
- Schritt 7: Ende oder weiter zu Schritt 1.

Die Parallelisierung erfolgt in diesem Fall durch das Zerlegen des Rechengebietes in verschiedene Untergebiete, die den einzelnen Prozessoren zugewiesen werden. Dies geschieht beim Anwenden von FLOWSI und wird für den aeroakustischen Löser CLAWPACK beibehalten.

4.3.2 Kopplung von FASTEST und PIANO

Das aeroakustische Simulationstool PIANO basiert im Gegensatz zu FASTEST auf einem Finite-Differenzen-Verfahren, bei welchen die Variablen auf den Ecken des numerischen Gitters gespeichert werden. Da im Code PIANO die Werte jedoch in der Mitte einer Zelle abgelegt sind, ist eine Interpolation der Punkte notwendig. Diese Problematik wird schematisch in der Abbildung 4.4 dargestellt. Von Klewer [55] wurde für diesen Zweck ein monolithischer Ansatz gewählt, der das reaktive Strömungsfeld auf das akustische Feld interpoliert.

Dazu wurde die von Shepard [98] vorgestellte Inverse-Distance-Methode verwendet. Für die zu

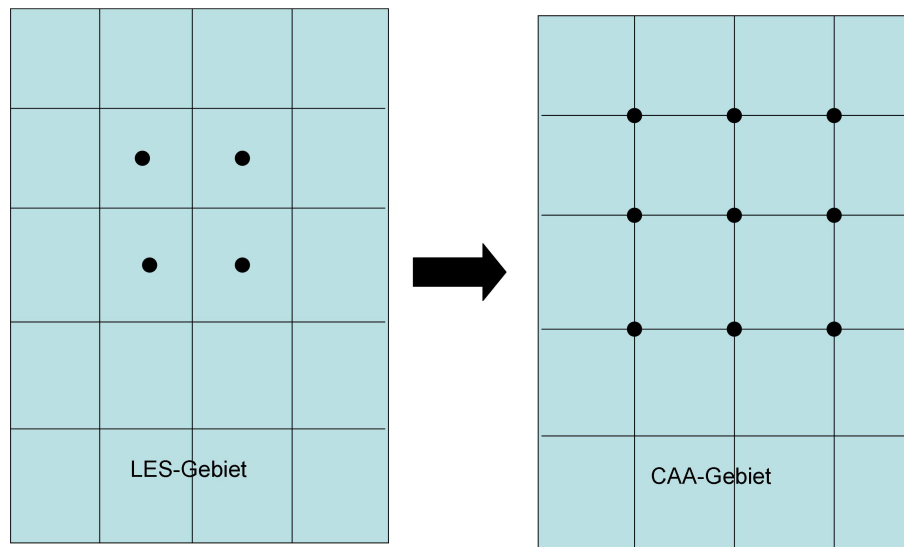


Abbildung 4.4: Schematische Darstellung der Rechengebiete von LES (rechts) und CAA (links). Simulation mit FASTEST und PIANO.

interpolierende Größe F wird in der Abhängigkeit der Nachbarwerte f_i ausgedrückt:

$$F(x, y, z) = \sum_{i=1}^n w_i f_i \quad (4.67)$$

Die Interpolationsgewichte w_i berechnen sich dabei wie folgt:

$$w_i = \frac{h_i^{-p}}{\sum_{j=1}^n h_j^{-p}} \quad (4.68)$$

mit dem Exponenten $p = 2$ und den Abständen, die sich wie folgt definieren:

$$h_i = \sqrt{(x - x_i)^2 (y - y_i)^2 (z - z_i)^2} \quad (4.69)$$

Diese Methode bietet den Vorteil, dass sie sich sowohl für strukturierte als auch für unstrukturierte Gitter eignet, und damit die Kopplung von PIANO auch an andere Strömungslöser ermöglicht.

Analog zur Kopplung von CLAWPACK und FLOWSI werden auch hier mehrere Zeitschritte des akustischen Löser durchgeführt. Demensprechend ist das Vorgehen bei der Kopplung von FASTEST und PIANO der von FLOWSI und CLAWPACK ähnlich.

Die Parallelisierung erfolgt bei der Kopplung durch das Verteilen der verschiedenen Blöcke eines Gitters auf die verschiedenen Prozessoren. Dabei sollte auch darauf geachtet werden, dass sich die Verteilungen bei FASTEST und PIANO entsprechen.

5 Ergebnisse und Diskussion

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Tecflam-Brenner untersucht. Im Kapitel 5.1 wird der Aufbau des Brenners erläutert und die experimentellen Untersuchungen an der Flamme und an der Akustik vorgestellt, numerische Simulationen der Flamme erfolgten jeweils mithilfe der G-Gleichung (siehe Unterkapitel 2.3.1) und mit ATF-Modell (siehe Unterkapitel 2.3.2). Im Rahmen dieser Arbeit erfolgte die Kopplung der Simulationswerkzeuge FLOWSI an CLAWPACK und FASTEST an PIANO für Vormischflammen. Die Kopplung FLOWSI/CLAWPACK wurde zur numerischen Simulation der Flamme und der Akustik des Tecflam-Brenners benutzt, in diesem Fall wurde die Vormischflamme mithilfe der G-Gleichung abgebildet. Die Kopplung FASTEST/PIANO diente zur Abbildung des Tecflam-Brenners mit ATF-Modell und anschließender Untersuchung der Akustik. Die Formulierung der neu entwickelten akustischen Quelle (siehe Gl. 3.51) wurde bei beiden Modellen eingehend untersucht, mit den ursprünglichen Formulierungen (siehe Gl.3.44) verglichen und mithilfe experimenteller Ergebnisse validiert.

5.1 Experimenteller Aufbau des Tecflam-Brenners

Der untersuchte Drallbrenner basiert auf dem Moveable-Block-Prinzip zur Drallerzeugung. Dies ist in der Abbildung 5.1 dargestellt.

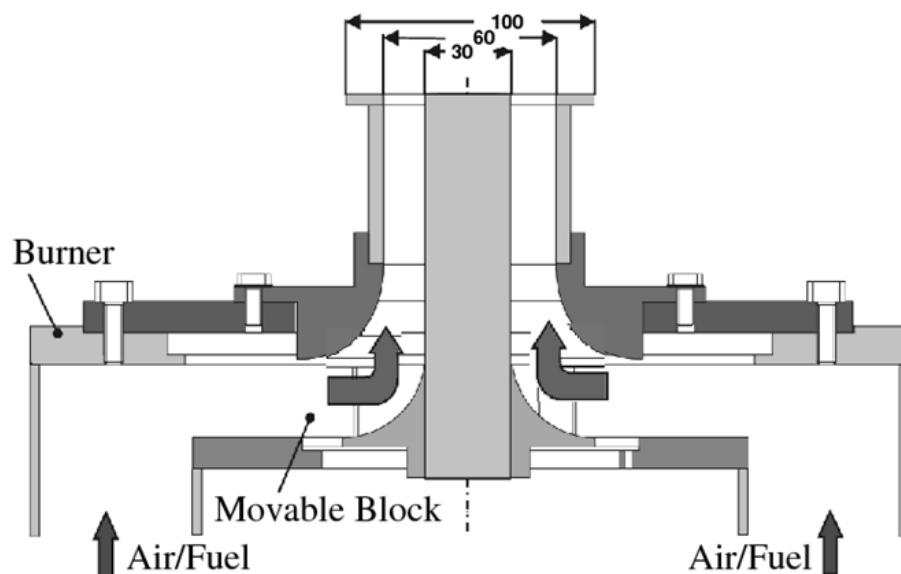


Abbildung 5.1: Moveable-Block-Drallbrenner

Das Prinzip des Moveable-Block-Drallerzeugers besteht darin, dass das Fluid, welches durch radiale und tangentiale Kanäle mit variabler Querschnittsfläche durchtritt, zu vermischen und so eine variabel verdrehte Drehströmung zu erzeugen. Der variable Querschnitt wird dadurch erzeugt, dass durch Verdrehen einer mit Blöcken bestückten Scheibe gegenüber einer festen, ebenfalls mit Blöcken bestückten Scheibe die radialen Spalten gegenüber den tangentialen Spalten verkleinert oder vergrößert werden.

Die Strömung tritt radial in den Moveable-Block ein und verlässt diesen in axiale Richtung. Durch eine Drehung des unteren beweglichen Blockes lassen sich verschiedene Drallzahlen einstellen. Erfolgt die Einströmung ausschließlich in radiale Richtung, so liegt eine Drallzahl von $S_{geo} = 0$ vor. Dreht man jedoch den beweglichen Block so, dass die radialen Berandungen der Strömungskanäle aneinander zu liegen kommen, so wird die maximal mögliche Drallzahl von $S_{geo} = 1.98$ erreicht. Die Größe der Drallzahl lässt sich somit stufenlos im gesamten Bereich einstellen und ist über die geometrischen Daten des Drallerzeugers definiert.

Im Gegensatz zur Tecflam Standard Flamme wurde der Brenner hier im Vormischbetrieb verwendet, wobei die zentrale Gaslanze durch einen wassergekühlten Staukörper ersetzt wurde. Dieser Staukörper hat einen Durchmesser von $D = 30$ mm, Düsendurchmesser beträgt derweil $D = 60$ mm. Reynolds-Zahl kann bei diesem Brenner ebenfalls eingestellt werden, und zwar $5000 < Re < 40000$. Für die folgenden Untersuchungen wurde eine Konfiguration mit $S_{geo} = 0.75$ und $Re = 10000$ gewählt.

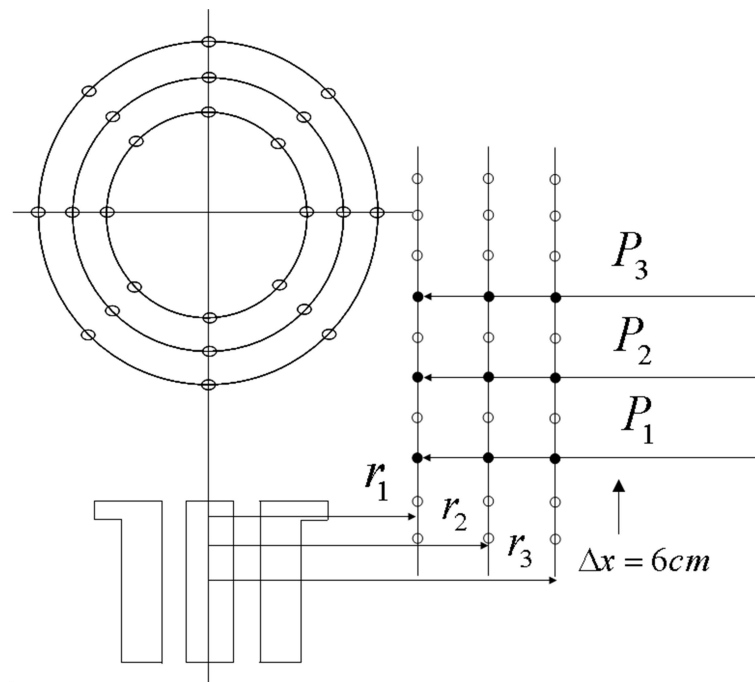


Abbildung 5.2: Anordnung von Mikrofonen in der experimentellen Untersuchung mit $\Delta x = 6\text{ cm}$, $r_1 = 0.2\text{ m}$, $r_2 = 0.35\text{ m}$ und $r_3 = 0.5\text{ m}$. Für die numerischen Untersuchungen wurden Punkte in drei verschiedenen axialen Höhen : $P_1 = 12\text{ cm}$, $P_2 = 48\text{ cm}$ und $P_3 = 72\text{ cm}$ von der Eintrittsdüse verwendet.

Experimentelle Untersuchungen des Brenners wurden von Schneider et al. [93] und [91] durchgeführt. Zweidimensionale Laserdoppler-Anemometrie (LDA) wurde zur Bestimmung der Geschwindigkeiten durchgeführt. Zur Bestimmung des Mischungsfeldes wurde Raman-Spektroskopie [40] benutzt.

Für den Betrieb des Brenners wurden zwei Brennstoffe benutzt: zur Messung des Geschwindigkeitsfeldes wurde Erdgas (95% Methan) verwendet, für die Raman-Spektroskopie wurde reines Methan benutzt. Die Reynolds-Zahl (10000) wurde bestimmt durch die Einströmgeschwindigkeit $U = 4.85 \text{ m/s}$ und den Durchmesser vom Staukörper $D = 30 \text{ mm}$. Die Einlasstemperatur beträgt $T = 285 \text{ K}$, etwas niedriger als Umgebungstemperatur. Die Dichte beträgt $\rho = 1.177 \text{ kg/m}^3$ und die Viskosität der Mischung $\mu = 1.76 \cdot 10^{-5} \text{ kg/sm}$. Stabile Betriebsbedingungen werden in dieser Konfiguration bei einem Äquivalenzverhältnis von $\Phi = 0.833$ ($f = 0.046257$) und der geometrischen Drallzahl von $S_{geo} = 0.75$ erreicht.

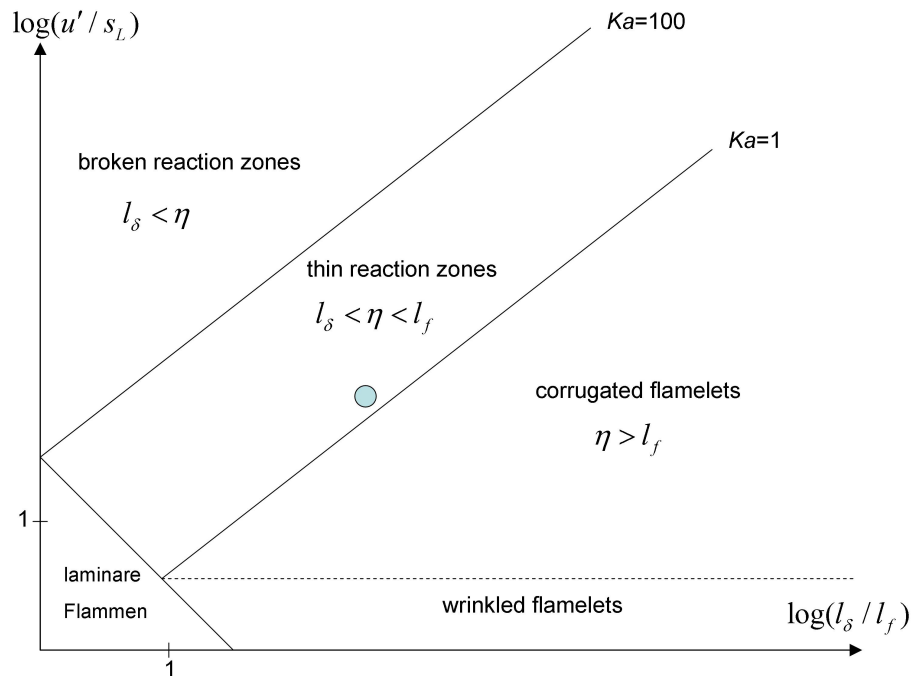


Abbildung 5.3: Klassifizierung des Tecflam-Brenners im Borghi-Peters Diagramm.

Die akustischen experimentellen Untersuchungen wurden am Fachgebiet der Energie- und Kraftwerkstechnik an der Technischen Universität Darmstadt durchgeführt. Dabei wurde eine Anordnung von Mikrofonen mit 12 Messpunkten jeweils in axiale und 8 Punkten in radiale Richtung gewählt [94]. Die Abbildung 5.2 zeigt die schematische Anordnung der Messpunkte. Dabei sind $r_1 = 20 \text{ cm}$, $r_2 = 35 \text{ cm}$, und $r_3 = 50 \text{ cm}$. In axiale Richtung sind die Messpunkte äquidistant angeordnet mit einem Abstand von 6 cm. An jedem Punkt wurde jeweils 10 Sekunden lang gemessen. Es wurden ebenfalls Referenzmessungen mit kalter Strömung durchgeführt. Die Messungen beinhalten sowohl Variationen der Reynolds-Zahl $Re = 5000$, $Re = 10000$ und $Re = 11000$ als auch für verschiedene Brennstoffzusammensetzungen $\Phi = 0.833$, $\Phi = 0.85$, $\Phi = 0.9$, $\Phi = 0.95$ und

$\Phi = 1$. Der Schalldruckpegel ist dabei definiert als:

$$L_p = 10 \lg \left(\frac{p_{eff}^2}{p_0^2} \right) dB \quad \text{mit} \quad p_0 = 20 \mu Pa \quad (5.1)$$

Die Klassifizierung der Flamme vom Tecflam-Brenner anhand des Borghi-Peters Diagramms erfolgte mit der Abschätzung der adiabaten Flammentemperatur durch laminare eindimensionale Flammenkalkulation, die zu einer Flammentemperatur von $2039.9K$, laminaren Brenngeschwindigkeit von $s_L \approx 0.268m/s$ und einer laminaren Flammendicke von $l_f = 0.322mm$ führte. Die Turbulenz wurde charakterisiert durch Fluktuationslevel von $k^{1/2} \approx 1.2m/s$ und dem turbulenten Längenmaß $l_0 \approx 10mm$, wobei die beiden Werte aus experimentellen Daten extrahiert wurden [92]. Damit befindet sich die Flamme auf dem Borghi-Peters Diagramm im Bereich der dünnen Reaktionszonen (*thin reaction zones*) wie in Abbildung 5.3 mit einem Punkt gekennzeichnet [36].

5.2 Tecflam-Brenner simuliert mithilfe der G-Gleichung und FLOWSI/CLAWPACK

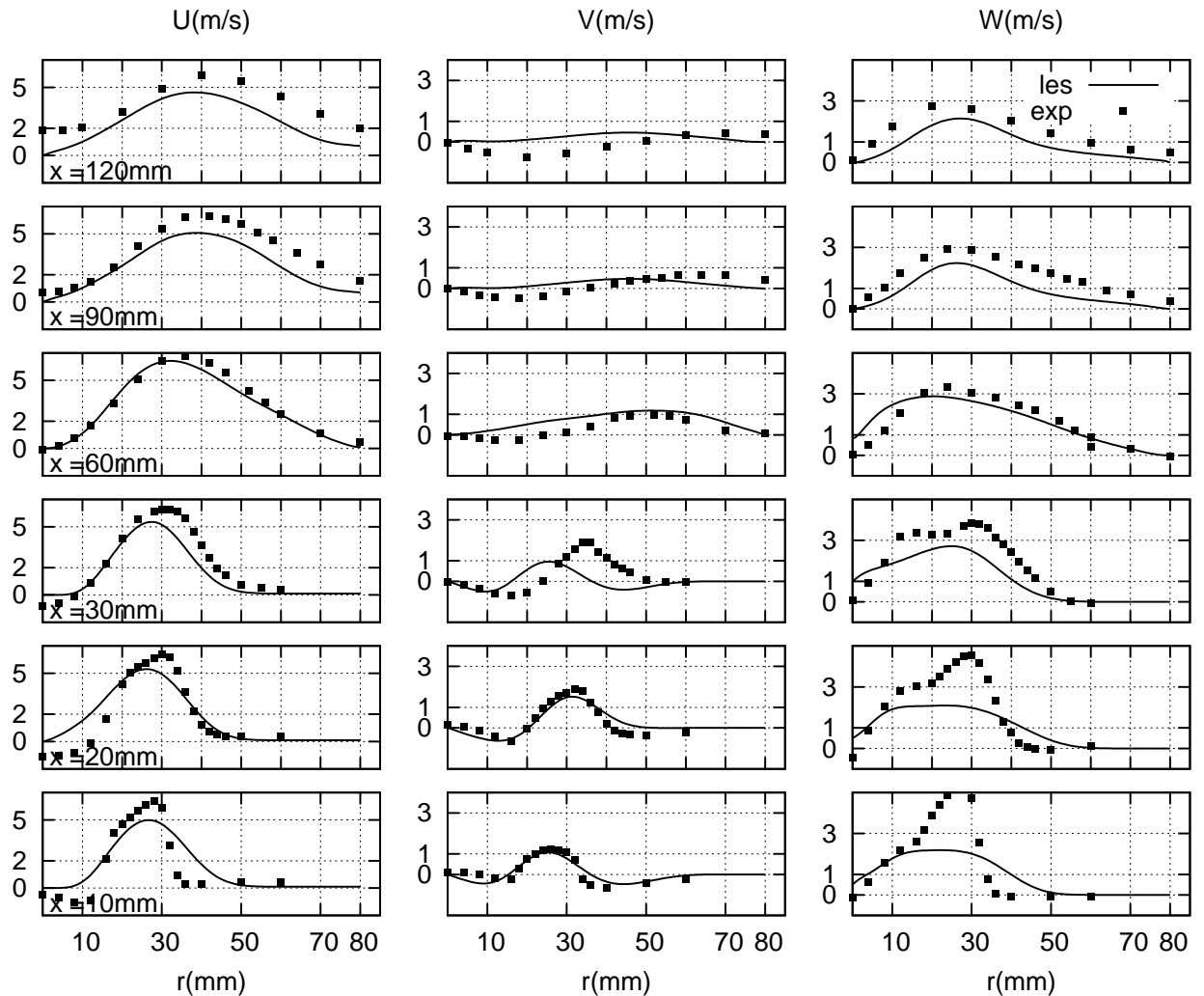


Abbildung 5.4: Radiale Profile der mittleren Strömungsgeschwindigkeit in verschiedenen axialen Höhen simuliert mit G-Gleichung

Die in FLOWSI implementierten gefilterten Erhaltungsgleichungen sind diejenigen für Masse und Moment für ein inkompressibles newtonsches Fluid diskretisiert auf zylindrischem Koordinatensystem. Die konvektiven Terme der Momentengleichung wurden mit QUICK-Schema diskretisiert. Die dynamische Variante des Smagorinski Modells wurde zur Modellierung der Spannungsresiduen in der Momentengleichung verwendet.

Zur Modellierung von Vormischflammen wurde die G-Gleichung benutzt (siehe Unterkapitel 2.3). Da es sich um eine offene Konfiguration handelt, wird ein dritter thermo-chemischer Zustand benötigt, so dass nicht nur verbranntes und unverbranntes Gas, sondern auch die Umgebungsluft

berücksichtigt werden muss, da das Äquivalenzverhältnis der Vormischflamme in einer offenen Konfiguration nicht konstant ist. Die ursprüngliche Beschreibung der G-Gleichung muss daher modifiziert werden, dies geschieht durch Modifikation der laminaren Flammgeschwindigkeit s_L [36] und dem Transport der G-Gleichung [37] (siehe Kapitel 4.1.1).

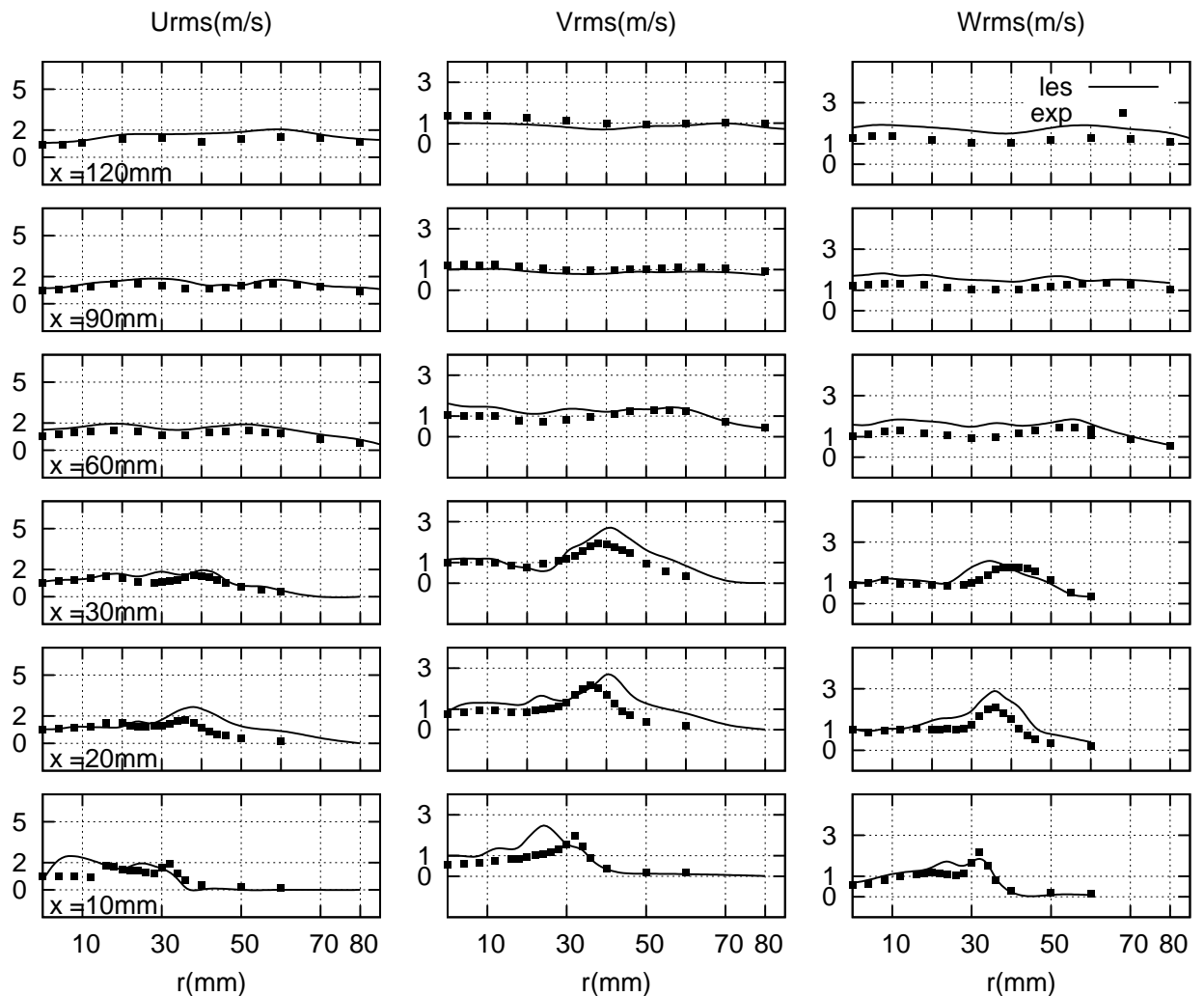


Abbildung 5.5: Radiale Profile der Standardabweichungen der Geschwindigkeiten in verschiedenen axialen Höhen simuliert mit G-Gleichung

Die Größe des Rechengebietes in axiale (x) und radiale (r) Richtungen beträgt $12D \times 8D$, D stellt dabei den Durchmesser des Staukörpers $D=30$ mm dar. Da in FLOWSI nur die Abbildung von einem äquidistanten Gitter möglich ist, wird ein Gitter in zylindrischen Koordinaten mit der Größe $360 \times 128 \times 240$ in x-, ϕ - und r- Richtungen benutzt. Das Rechengebiet beinhaltet auch einen Teil der Eintrittsdüse, die in Zylinderform abgebildet wurde. Die Eintrittsbedingungen dieser Konfiguration wurden mithilfe des Inflow-Generators (siehe Kapitel 4.1.1) in die Simulation eingebunden.

Die Zeitschrittweite der reaktiven Strömungssimulation beträgt konstant $\Delta t = 1 * 10^{-7} s$, für die akustische Simulation liegt die Zeitschrittweite deutlich unter der Zeitschrittweite der LES, so dass bei jedem LES-Zeitschritt 4 CAA-Zeitschritte notwendig waren.

Für aeroakustische Simulationen wurde das Simulationswerkzeug *FlowSI* verwendet, unter Einsatz von linearen Euler-Gleichungen, das Simulationswerkzeug *CLAWPACK* verwendet, auf dessen Eigenschaften bereits im Unterkapitel 4.2.1 ausführlich eingegangen wurde.

5.2.1 Ergebnisse der Strömung

Die entscheidenden Entwicklungen des Codes *FlowSI* bezüglich der Simulation der Vormischflammen mithilfe der G-Gleichung wurden von Freitag [36] und [95] durchgeführt, daher wird in dieser Arbeit nur ein kurzer Überblick über die Strömungsergebnisse gegeben.

Die Abbildung 5.4 zeigt Profile der mittleren Strömung in drei Raumrichtungen. Die Rezirkulationszone reicht bis hin zu 60 mm über der Düse und wird von der Simulation gut wiedergegeben. Der absolute Level zeigt kleine Abweichungen von den gemessenen Werten, trifft diese aber insgesamt recht gut. In der Abbildung 5.5 werden die Standardabweichungen der Geschwindig-

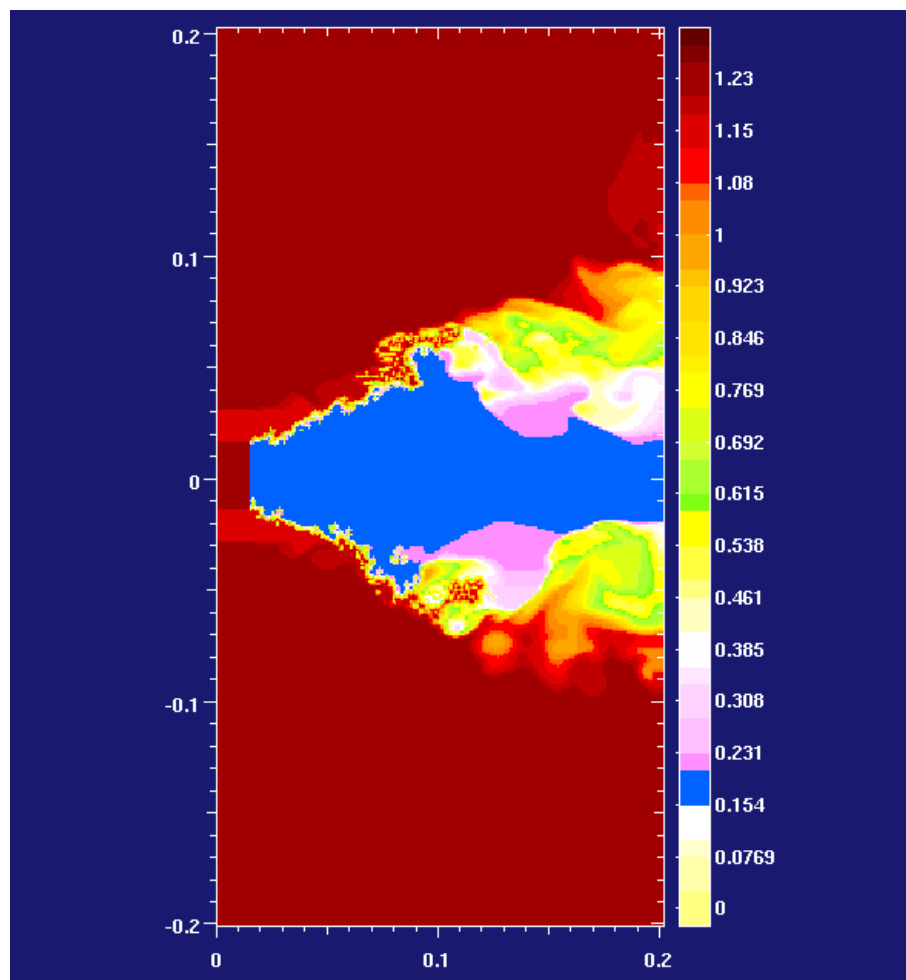


Abbildung 5.6: Momentaufnahme der Dichteverteilung simuliert mit G-Gleichung

keitsprofile in drei Raumrichtungen in verschiedenen axialen Höhen dargestellt. Die Standardabweichung der axialen Geschwindigkeit U (Bild 5.5, links) wird nah an der Düse ($x=10$ mm, 20 mm und 30 mm) leicht überschätzt, die Profile weiter stromabwärts der Düse werden hingegen sehr gut wiedergegeben. Im Falle der Standardabweichung der radialen Geschwindigkeit V (Bild 5.5, Mitte) wird der Verlauf ähnlich wie bei RMS-Werten der axialen Geschwindigkeit von der numerischen Simulation leicht überschätzt. Im weiteren Verlauf, stromabwärts der Düse in axiale Richtung ($x=60$ mm, 90mm, 120mm), wird dieser sehr gut getroffen. Standardabweichungen der radialen Geschwindigkeit W (Bild 5.5, links) werden insgesamt leicht überschätzt, wobei der Verlauf der experimentellen Ergebnisse auch in den Ergebnissen der numerischen Simulation gut wiedergegeben ist.

Die Vorhersage der radialen Geschwindigkeit ist sehr gut, abgesehen von einer leichten Un-

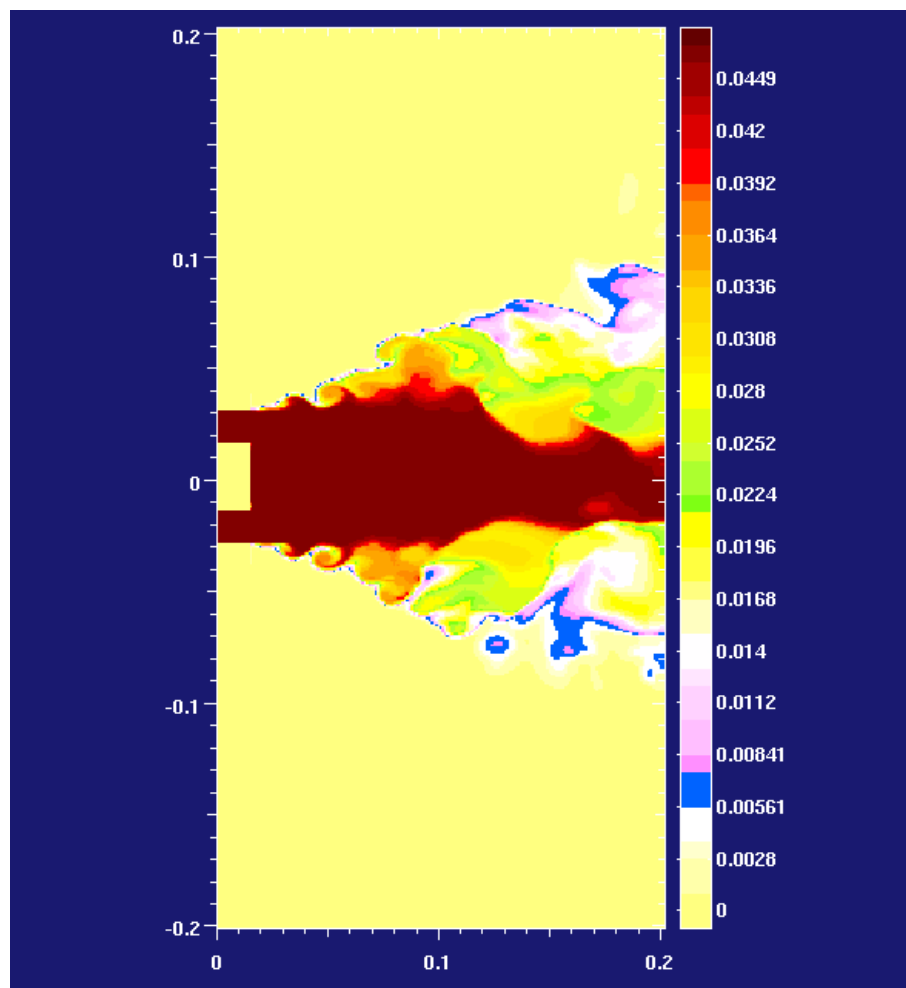


Abbildung 5.7: Momentaufnahme des Mischungsgrades der reagierenden Strömung simuliert mit G-Gleichung

terschätzung der Werte der mittleren Geschwindigkeit in radiale Richtung in der Höhe von $x = 10$, 20 und 30 mm. Bei der Betrachtung der mittleren Geschwindigkeit in tangentialer Richtung fällt auf, dass der Verlauf der experimentellen Daten auch in der numerischen Simulation zu finden ist, dennoch kann man eine Verschiebung der Maximalwerte in der Höhe von 30 mm oberhalb der

Düse in axiale Richtung feststellen.

Die Abbildungen 5.6 und 5.7 zeigen Momentaufnahmen der Dichte ρ und des Mischungsgrades f . Das Bild vom Mischungsgrad zeigt sehr gut die räumliche Ausdehnung der Flamme, wogegen die Kontur der Dichte die sehr dünne Flammenfront gut aufzeigt. Die aufgeführten Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten und somit lässt sich schlussfolgern, dass die Strömungssimulation der Flamme als Basis für akustische Berechnungen geeignet ist.

5.2.2 Ergebnisse der Akustik

Zur Simulation der akustischen Ausbreitung wurde das Programm CLAWPACK in zylindrischen Koordinaten benutzt. Für die Berechnung des Schalldruckpegels außerhalb des Rechengebietes wurden die Druckschwankungen mit $1/r^2$ interpoliert.

Als erstes sollte in diesem Unterkapitel die übliche Formulierung des aeroakustischen Quellterms ($Q_{d1} = -\bar{c}^2 \bar{\rho} \frac{D\rho}{Dt}$) siehe auch Kapitel 3.5.2, verwendet werden. Gerade beim Einsatz der G-Gleichung wird wegen der sehr dünnen Flammenfront das oben beschriebene Problem sichtbar, dass zeitliche Schwankungen der Dichte auf einer unendlich dünnen Flammenfront zu außerordentlich großen Werten in der Formulierung der aeroakustischen Quellterme führt. Abbildung 5.8 zeigt die Quellenverteilung innerhalb des Rechengebietes. Es ist sofort sichtbar, dass die Werte der Quellterme unphysikalisch groß sind. Normalerweise wären Werte im Bereich von maximal 10^3 zu erwarten, diese liegen allerdings im Bereich von 10^6 . Weiterhin stellt man fest, dass die Verteilung der Quelle sich nur auf den reagierenden Bereich beschränkt und sich ausschließlich auf die Flammenfront konzentriert.

Die Quelltermformulierung lässt sich auch schreiben als:

$$Q_{d1} = -\bar{c}^2 \bar{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = -\bar{c}^2 \bar{\rho} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \right] \quad (5.2)$$

Wenn man die Teile der Quellterme unabhängig voneinander betrachtet (siehe Abbildungen 5.9 und 5.10), wird sichtbar, dass der Hauptanteil des Quellterms die Formulierung $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ ausmacht, was beim näheren Betrachten auch konsequent erscheint. Diese resultieren aus zeitlichen Änderungen der Flammenfrontposition, da diese sehr dünn ist (in der Regel 1 Zelle). Wenn sich die Flammenfront beispielsweise in der Zelle N_1 zum Zeitpunkt t_1 befindet und im nächsten Zeitschritt t_2 wandert diese eine Zelle weiter, so hat man in der Zelle N_1 dann möglicherweise die Dichte vom unverbrannten Gas ρ_0 vorliegen, wobei zum Zeitpunkt t_1 noch die Dichte vom verbrannten Gemisch in dieser Zelle vorlag. Durch die zeitliche Ableitung dieser Dichtedifferenz mit $\Delta t = 10^{-6}$ wird der Effekt vom Dichtesprung noch mal verstärkt und führt zu außerordentlich hohen Werten.

Die Druckschwankungen am Punkt $P_1 = r_1 = 0, 2m$ in einem Abstand von 6cm von der Düse in axiale Richtung verdeutlicht die Abbildung 5.11 dar. Mit Schwankungen von bis zu 500 Pa über 100 Zeitschritte erscheinen diese als physikalisch sinnlos.

Daraus resultieren auch die in Abbildung 5.12 dargestellten Schalldruckpegel, gemessen in drei verschiedenen Abständen von der Düse. Dazu wurden insgesamt 180000 Zeitschritte der LES-Simulation, dies einer reellen Zeit von 0.18 Sekunden entsprechend, verwendet. Die aufgenommenen Zeitreihen wurden dabei bezüglich ihres spektralen Gehalts analysiert. Die Zeitreihenlänge ist so gewählt, dass diese aus insgesamt 2^{15} Stützstellen bestehen, somit kann eine Fast-Fourier-Transformation verwendet werden. Um spektrales Rauschen zu verhindern, wird eine Methode nach Welch [115] verwendet. Hierbei wird die Zeitreihe in acht gleich große Teile aufgespalten,

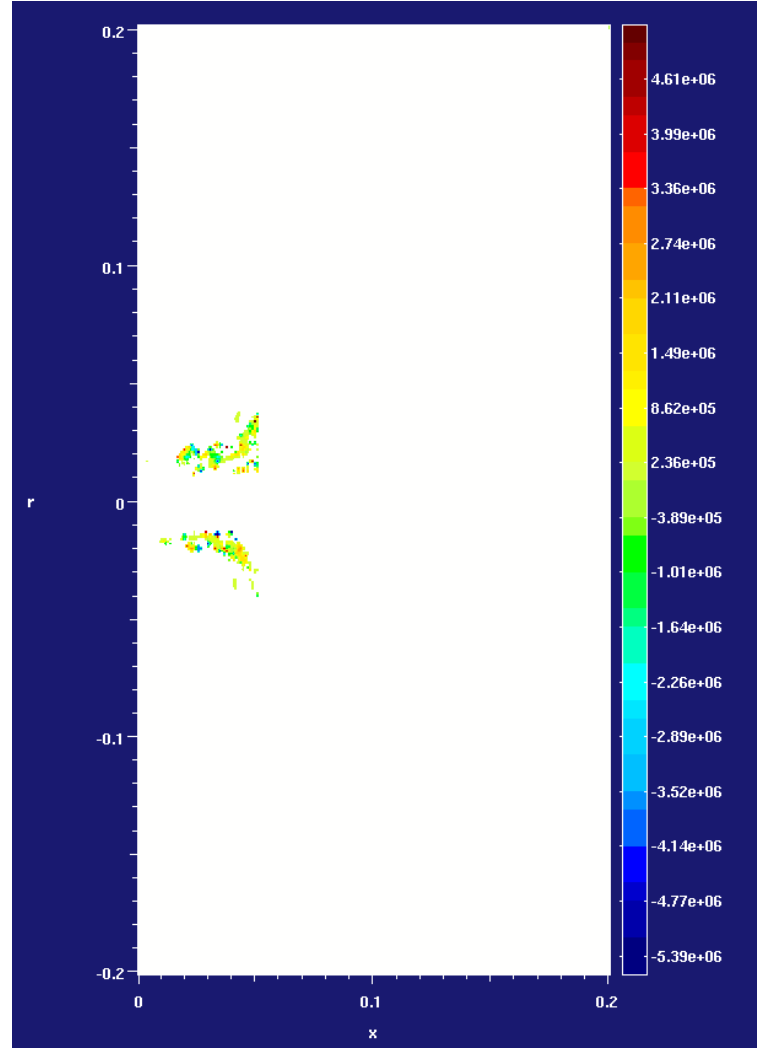


Abbildung 5.8: Verteilung des Quellterms $\frac{D\rho}{Dt}$

die sich um 50 % überlappen, so dass kein Informationsverlust entsteht. Dabei wird ein *Hamming-Window* [45] verwendet. Der unphysikalisch hohe Quellterm führt auch zur unphysikalisch hohen Verteilung des Schallpegels wodurch ersichtlich wird, dass diese Quelltermformulierung zur Simulation der akustischen Ausbreitung einer Vormischflamme nicht geeignet ist.

Nun wird die neue Quelltermformulierung, die ebenfalls in Kapitel 3.5.2 vorgestellt wurde, betrachtet. Die Abbildung 5.14 zeigt die Verteilung der akustischen Quelle mit der Formulierung:

$$Q_{d2} = -\bar{c}^2 s_T n_i \frac{\bar{\rho}}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (5.3)$$

Als Ergebnis dieser Formulierung sind die Quellterme um 2 Größenordnungen kleiner als bei der ursprünglichen Formulierung des Quellterms. Die Verteilung der Quelle ist genauso wie zuvor auf die Flammenfront konzentriert.

Die Abbildung 5.13 zeigt die Druckschwankungen in Pascal, welche die neuformulierte Quelle an den Punkten P_1 , P_2 und P_3 in einem axialen Abstand von 6cm über der Düse verursacht. Die

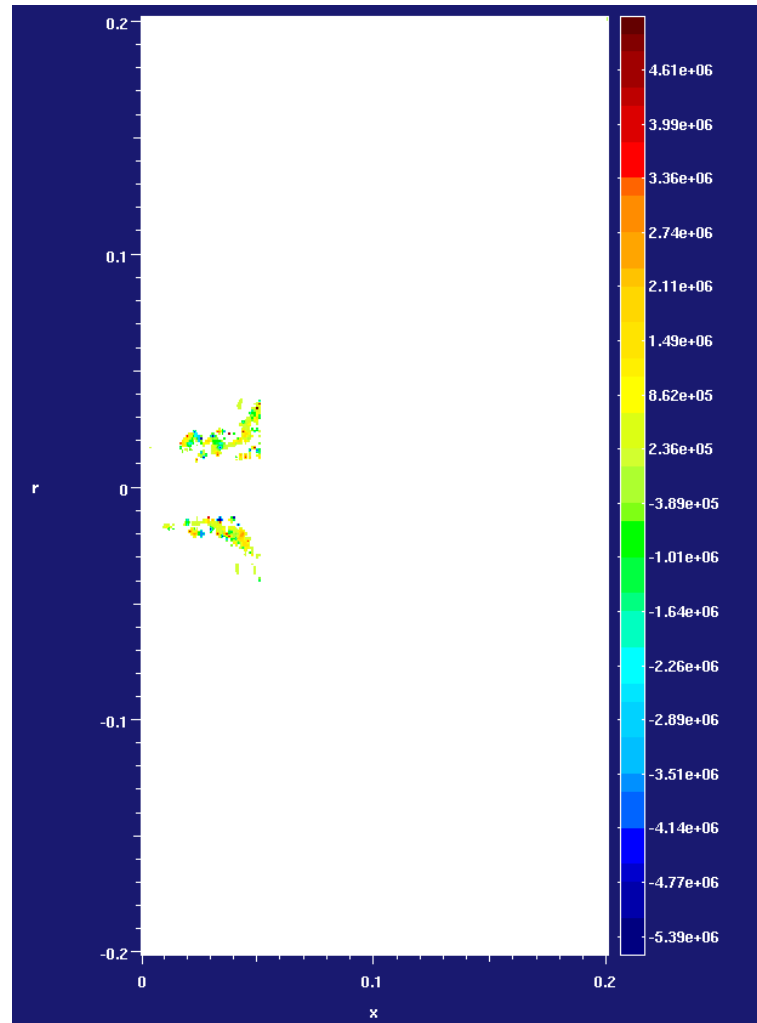


Abbildung 5.9: Der erste und kritische Teil der akustischen Quelle $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ als Momentaufnahme

Druckschwankungen bewegen sich in einer Größenordnung von 0,5 Pascal für den Punkt 1, der sich am Nächsten zur Düse befindet, je weiter man sich von der Düse entfernt, desto kleiner wird auch die Amplitude der Druckschwankungen. Diese Größenordnung entspricht den experimentellen Ergebnissen und gibt die Realität dementsprechend gut wieder.

Um die akustische Quelle qualitativ bewerten zu können, wird der Schalldruckpegel L_p bei drei verschiedenen Radien in drei verschiedenen axialen Höhen stromabwärts von der Düse in der Abbildung 5.15 dargestellt. Für die Darstellung wurde ebenfalls eine Fast-Fourier-Transformation mit anschließender Welch-Mittelung benutzt. Es wurden auch in diesem Fall Druckschwankungen an bestimmten Punkten über 180.000 Zeitschritte aufgenommen und analysiert. Der Verlauf des Schalldruckpegels trifft ebenfalls die experimentellen Ergebnisse im Bereich der niedrigen Frequenzen bis zu 1000 Hz außerordentlich gut. Am Punkt 1 (r_1) (siehe Abb. 5.15 links, unten), der auch den Punkt darstellt, der am nächsten an der Flamme liegt, ist auch der Schalldruckpegel gerade im niedrigen Frequenzbereich am höchsten. Mit zunehmender axialer Höhe (Abbildung 5.15 links) fällt dieser leicht ab, wie es auch zu erwarten war. In der Mitte dieser Abbildung sieht man den Schalldruckpegel in einem radialen Abstand von 35 cm (r_2) von der Düsenmitte. Da ist der

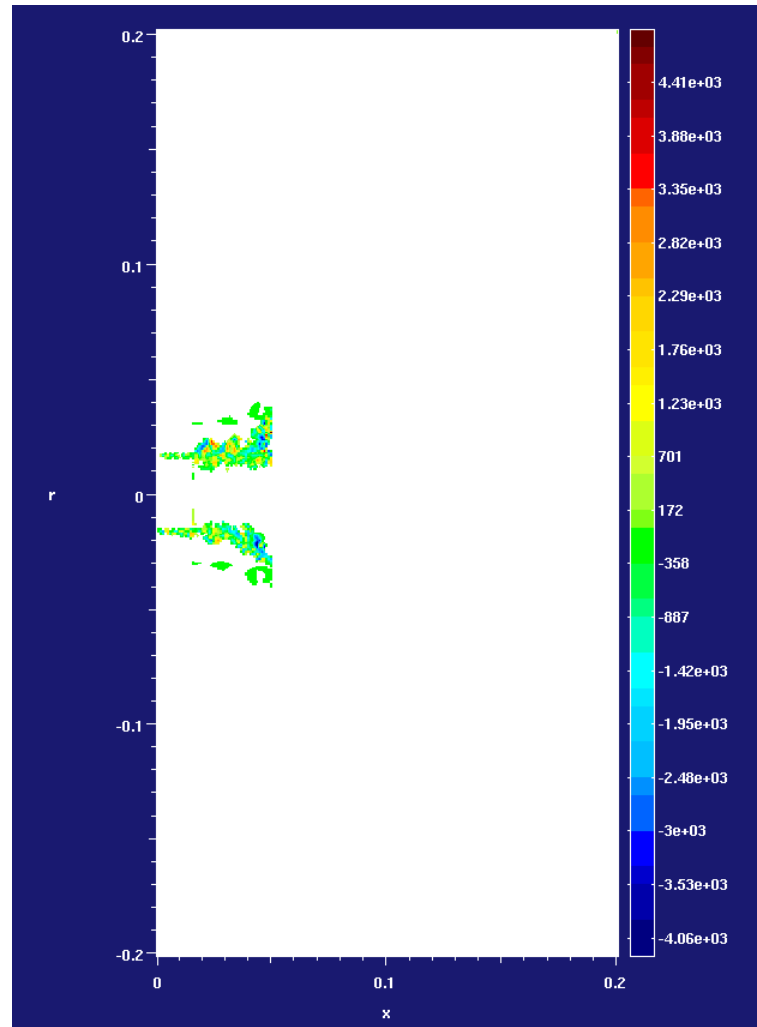


Abbildung 5.10: Der zweite Teil der akustischen Quelle $u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ als Momentaufnahme

Schalldruckpegel noch mal etwas abgeschwächt gegenüber dem radialen Abstand von 20 cm, was auch die numerische Simulation sehr gut wiedergibt. Eine leichte Stagnation des Schalldruckpegels kann man hier in axialer Richtung von der Düse feststellen. Dies wird sowohl vom Experiment als auch von der Numerik sehr gut wiedergegeben. Exakt den gleichen Verlauf bietet der Schallpegel in einem radialen Abstand von 50 cm (r_3) von der Düsenmitte (Abb. 5.15, rechts). Hier kann man ebenfalls einen leichten Abfall des Schalldruckpegels in radiale und axiale Richtung von der Düse feststellen.

Die Übereinstimmung der qualitativen Ergebnisse ist für diese Quelle sehr gut. Die Numerische Simulation gibt bei allen gewählten Punkten die Realität sehr gut wieder.

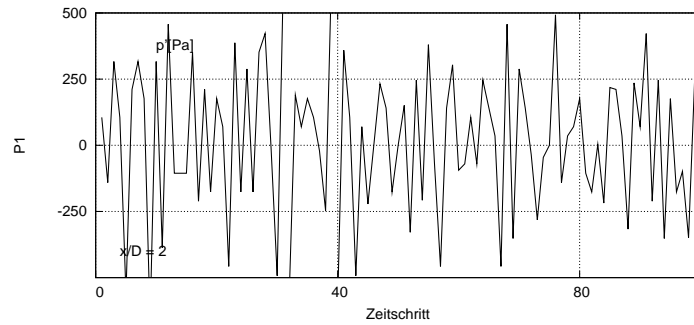


Abbildung 5.11: Druckschwankungen in Pa am Punkt $P1 = r_1$ als Resultat der akustischen Quelle $Q_{d1} = \frac{D\rho}{Dt}$

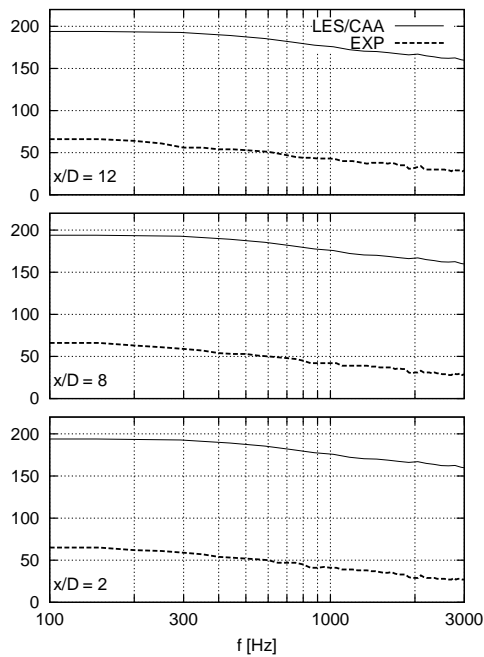


Abbildung 5.12: Schalldruckpegel bei einem Düsenabstand von 0.2 m als Ergebnis des akustischen Quellterms $Q_{d1} = \frac{D\rho}{Dt}$ simuliert mit FLOWSI/CLAWPACK und modelliert mit G-Gleichung

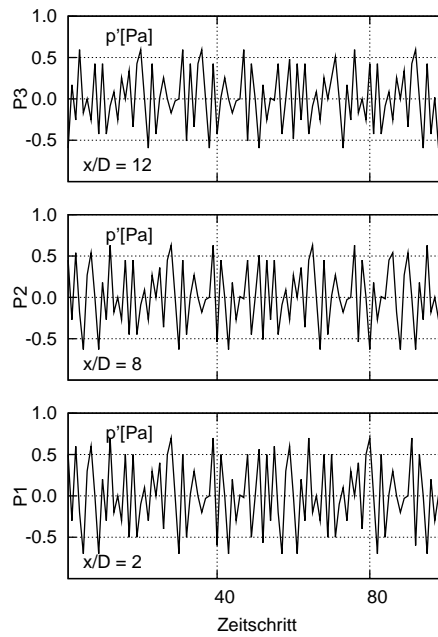


Abbildung 5.13: Druckschwankungen in Pa an 3 verschiedenen Punkten mit $P1=r_1$, $P2=r_2$ und $P3=r_3$ als Ergebnis des neuformulierten akustischen Quellterms $Q_{d2} = s_t n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$

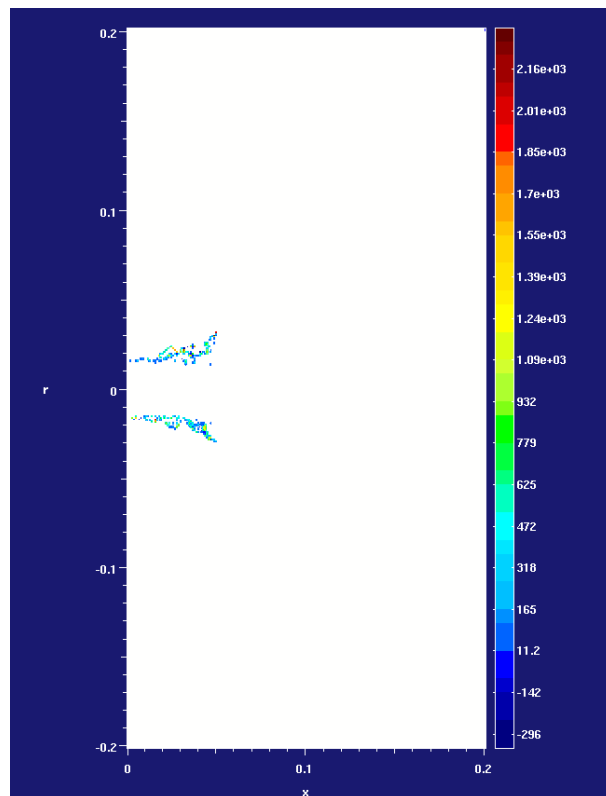


Abbildung 5.14: Verteilung des Quellterms $s_t n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ als Momentaufnahme

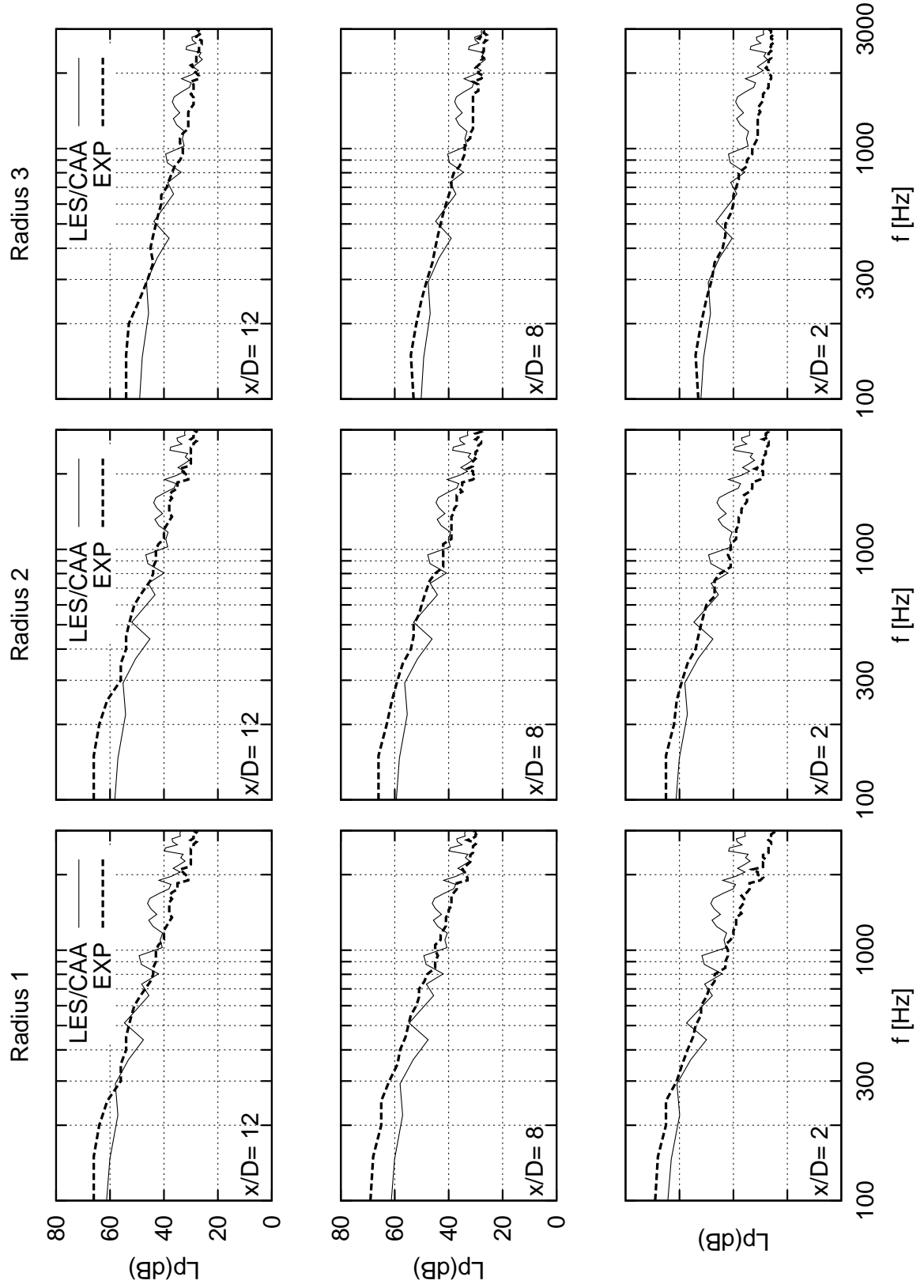


Abbildung 5.15: Schalldruckpegel in Abständen $r_1 = 20$ cm (links), $r_2 = 35$ cm (mitte) und $r_3 = 50$ cm (rechts) von der Mitte der Düse, sowie in 3 verschiedenen axialen Höhen von 6 cm (unten), 24 cm (mitte) und 36 cm (oben) resultierend aus der Quelle $Q_{d2} = s_t \eta_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ abgebildet mit G-Gleichung.

5.3 Tecflam-Brenner simuliert mit ATF-Modell mithilfe PIANO/FASTEST

Das Implementieren des ATF-Modells in das Simulationswerkzeug FASTEST zur Simulation von Vormischflammen erfolgte durch Künne [60]. Das blockstrukturierte Gitter besteht aus insgesamt 157 Blöcken und rund 3.7 Millionen Zellen und ist in der Abbildung 5.16 dargestellt. Die räumliche Auflösung des Rechengebietes erstreckt sich in diesem Fall auf 0,501 m in radiale und 0,657 m in axiale Richtung. Da die Flamme sehr kompakt ist, wurde die Flammenregion gezielt auf eine Kantenlänge von 0,5mm verfeinert.

Für den Verdickungsfaktor F wurde ein dynamisches Aufdickungsverfahren gewählt (siehe Kapitel 4.1.2). Die Zeitschrittweite des Strömungslösers beträgt konstant $\Delta t = 10\mu s$.

Für akustische Berechnungen wurden, wie ebenso wie beim vorhergehenden Fall, lineare Euler-

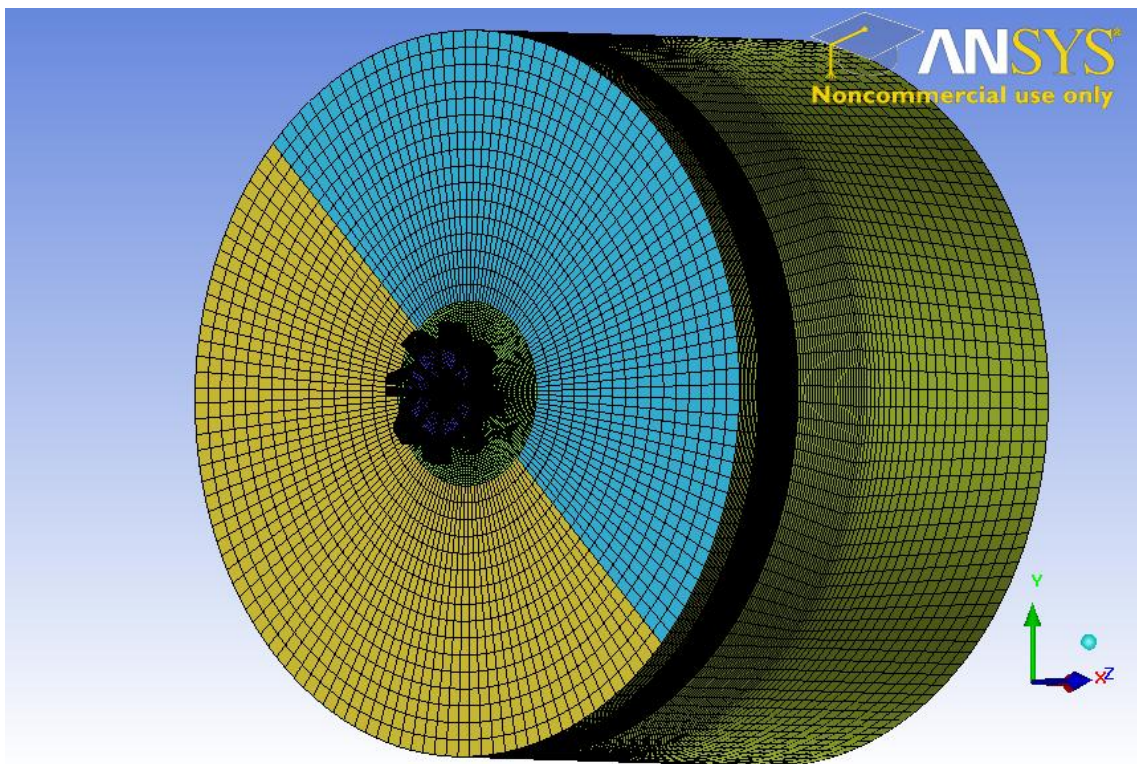


Abbildung 5.16: Numerisches Gitter zur Abbildung vom Tecflam-Brenner in FASTEST/PIANO

Gleichungen verwendet.

5.3.1 Strömungsergebnisse

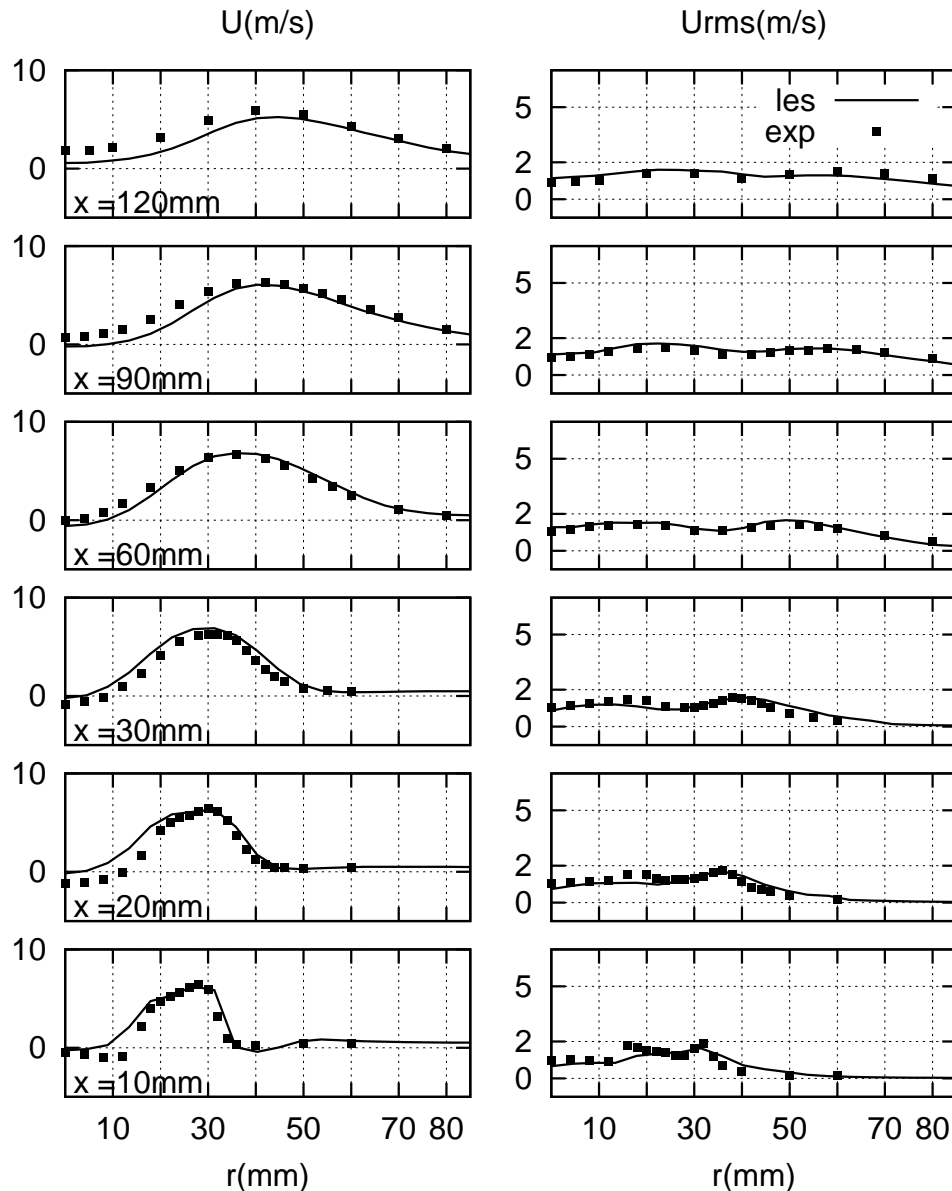


Abbildung 5.17: Profile der mittleren Strömungsgeschwindigkeit und deren RMS-Werte in verschiedenen axialen Höhen in axiale Richtung simuliert mithilfe des ATF-Modells

Die Abbildung 5.17 zeigt Profile der mittleren Strömungsgeschwindigkeit und der RMS-Werte in axiale Richtung. Die Rezirkulationszone erstreckt sich auf eine Höhe von bis zu 60 mm oberhalb der Düse. Im Bereich von 10 und 20 mm oberhalb der Düse kann man leichte Abweichungen sowohl bei den mittleren Geschwindigkeiten als auch bei RMS-Werten in axiale Richtung feststellen (Abb. 5.17). Im oberen Bereich (60-120 mm oberhalb der Düse) werden die mittleren Geschwindigkeiten in axiale Richtung leicht unterschätzt, wobei die RMS-Werte der axialen Geschwindig-

keit außerordentlich gut getroffen werden.

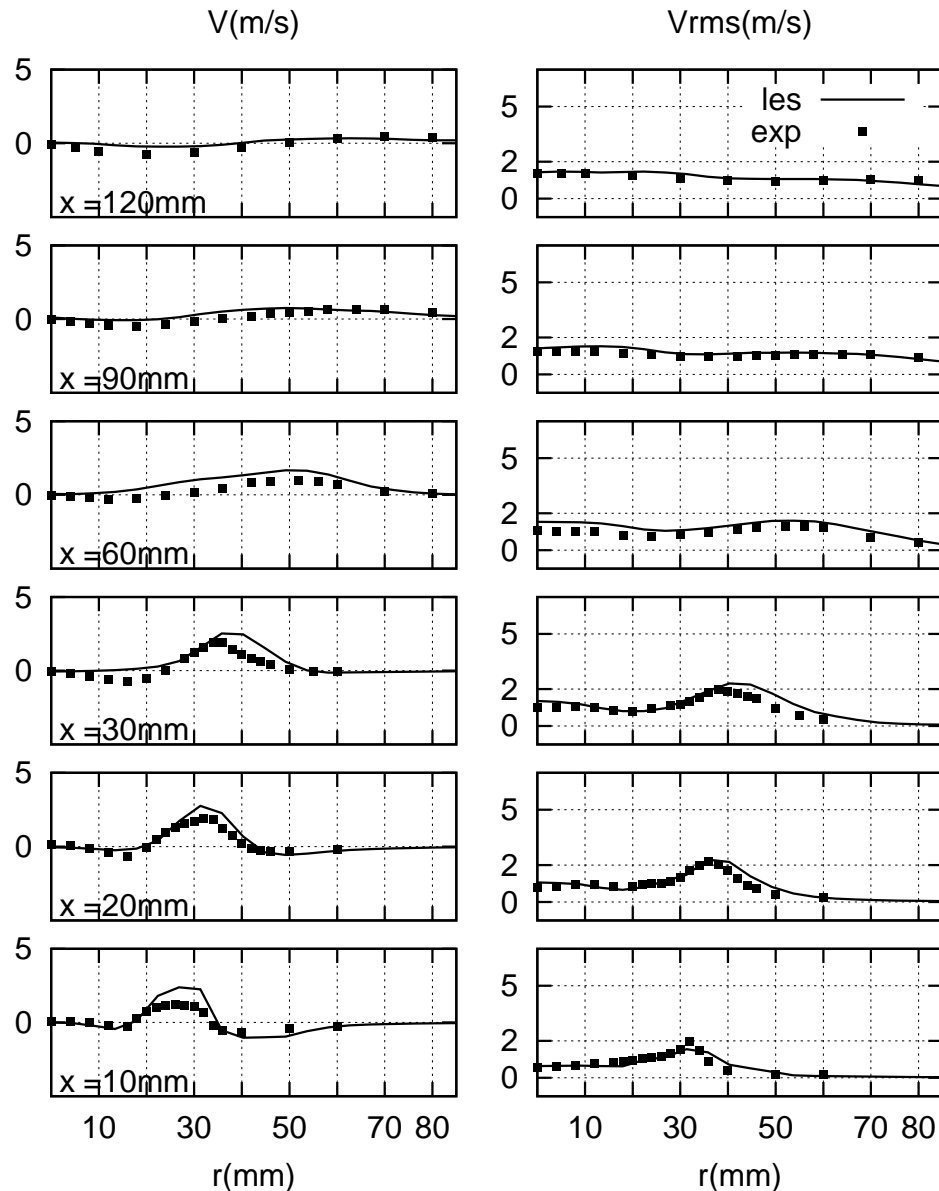


Abbildung 5.18: Profile der mittleren Strömungsgeschwindigkeit und deren RMS-Werte in verschiedenen axialen Höhen in radiale Richtung simuliert mithilfe des ATF-Modells

Die radialen Geschwindigkeiten sind in Abbildung 5.18 dargestellt. Diese werden insgesamt recht gut wiedergegeben, wobei im unteren Bereich (10 mm, 20 mm und 30 mm oberhalb der Düse) sowohl die Mittelwerte als auch die RMS-Werte leicht überschätzt werden, so dass die Rezirkulationszone in numerischen Simulationen etwas stärker ausgeprägt ist als bei experimentellen Untersuchungen.

Die Abbildung 5.19 zeigt Profile der mittleren Strömungsgeschwindigkeit und der RMS-Werte in

tangentiale Richtung. Die mittleren radialen Geschwindigkeiten werden von der numerischen Simulation leicht unterschätzt. Dies ist in allen Abständen stromabwärts von der Düse zu beobachten (siehe Abbildung 5.19 links). Dagegen werden die RMS-Werte der tangentialen Geschwindigkeit (Abb. 5.19 rechts) von der numerischen Simulation sehr gut wiedergegeben.

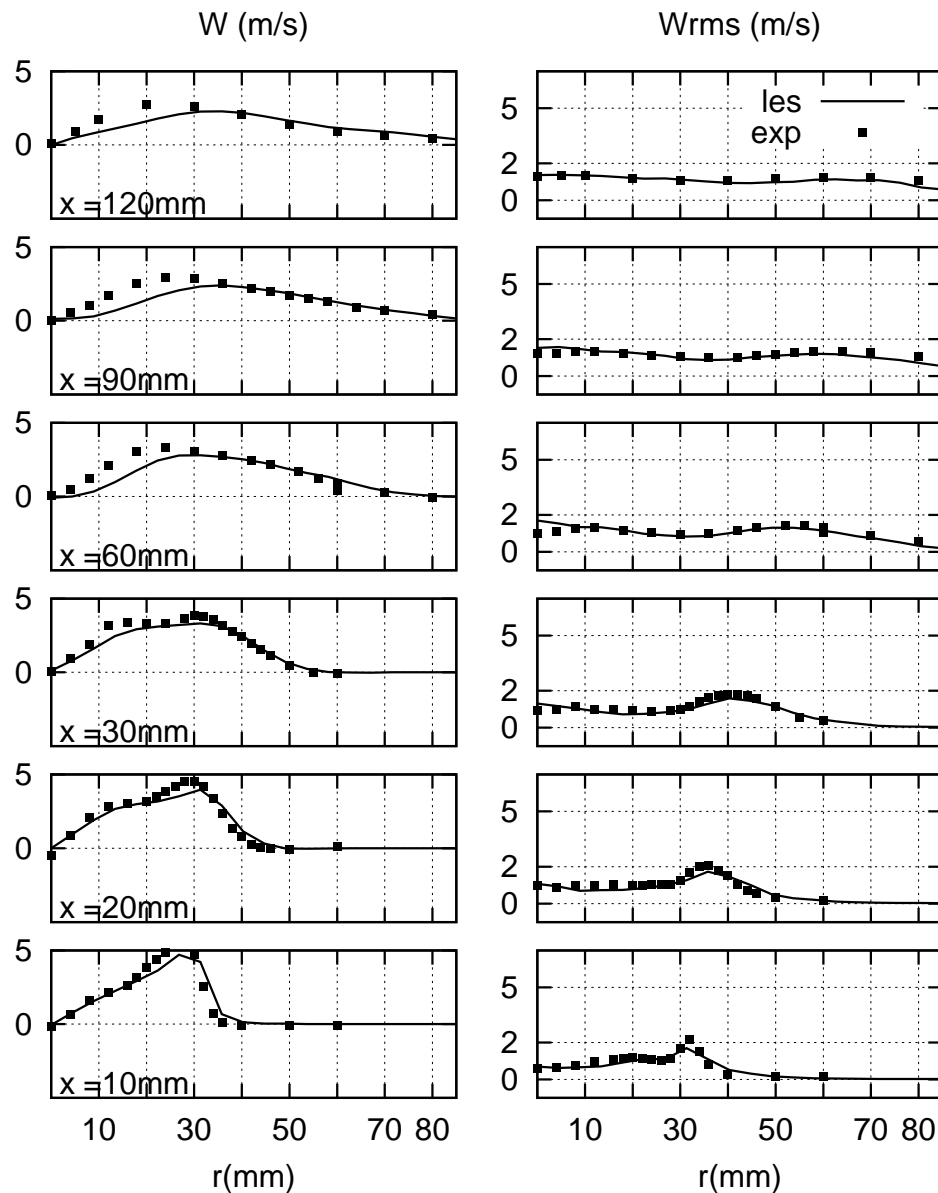


Abbildung 5.19: Profile der mittleren Strömungsgeschwindigkeit in tangentialer Richtung und der RMS-Werte in verschiedenen axialen Höhen simuliert mithilfe des ATF-Modells

Die Profile der mittleren Temperatur (Abb. 5.20) werden von der numerischen Simulation im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen leicht überschätzt. Dies gilt vor allem in den Bereichen der Flammenzone, die sich bis zu 30mm in radiale Richtung erstreckt. Lediglich in einer Höhe von

60 mm oberhalb der Düse wird die Differenz in den Temperaturprofilen geringer.

Im Vergleich zur numerischen Simulation mit FLOWSI und G-Gleichung (vgl. Unterkapitel 5.2) liefert das Simulationswerkzeug FASTEST mit ATF-Modell Ergebnisse, die eine höhere Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen aufweisen. Der Verlauf der mittleren Geschwindigkeiten wird in diesem Fall genauer wiedergegeben, wobei die RMS-Werte bei beiden Simulationen sehr gut wiedergegeben werden.

Insgesamt ist die Übereinstimmung der numerischen und experimenteller Ergebnisse sehr gut, so dass die LES als Grundlage akustischer Simulationen dienen kann.

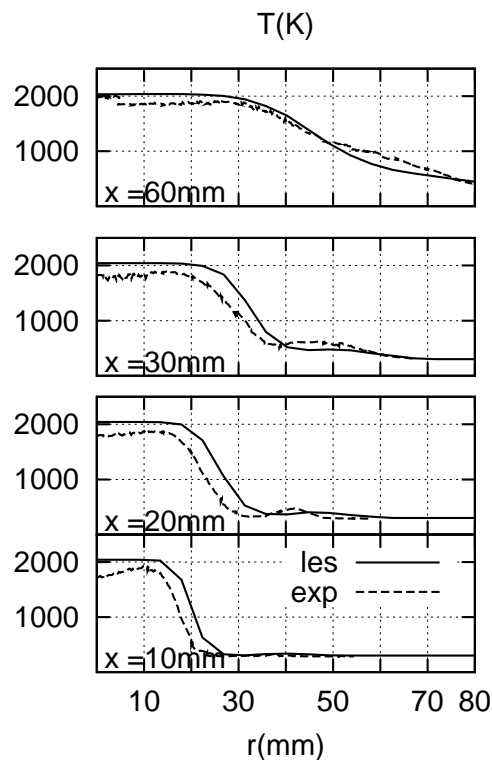


Abbildung 5.20: Mittlere Temperaturprofile in verschiedenen axialen Höhen simuliert mithilfe der G-Gleichung

5.3.2 Ergebnisse der Akustik

Zur Berechnung der akustischen Ergebnisse wurde in diesem Fall die Kopplung des Programms PIANO an den Strömungslöser FASTEST benutzt. Die Zeitschrittweite der akustischen Simulation liegt auch diesmal unter der Zeitschrittweite des Strömungslösers, so dass mehrere Zeitschritte in PIANO für einen Zeitschritt in FASTEST notwendig sind.

Die Abbildung 5.21 zeigt die räumliche Verteilung der beiden Quellen, die im Rahmen dieser Arbeit betrachtet wurden. Oben auf dem Bild findet sich die akustische Quelle mit der Formulierung

$Q_{d1} = \frac{D\rho}{Dt}$ und unten die Quelle $Q_{d2} = s_T n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$. Es ist sichtbar, dass die Werte der akustischen Quelle Q_{d1} auch in diesem Fall deutlich über den Werten der akustischen Quelle Q_{d2} liegen. Die Verteilung der beiden Quellen erstreckt sich über das komplette Simulationsgebiet, wobei sich die höchsten Werte der Quellterme auf der Flammenfront befinden.

Für weitere Betrachtungen der Quelle wurden in Abbildung 5.22 Isoflächen mit den höchsten Werten der beiden akustischen Quellen dargestellt. Es ist gut zu erkennen, dass sich die höchsten Werte in der Nähe der Flammenfront befinden und zwar sowohl bei Q_{d1} als auch bei Q_{d2} . Dabei zeigt die Quelle Q_{d1} eine deutlich stärkere Konzentration der hohen Werte der Quelle in der Nähe der Flammenfront. Die Größenordnung dieser Iso-Flächen liegt bei Q_{d1} bei $\pm 2000 \text{ kgm}^2/\text{s}^3$ bei Q_{d2} liegt die Größenordnung bei $\pm 600 \text{ kgm}^2/\text{s}^3$ und die Konzentration um die Flammenfläche ist deutlich geringer, verglichen mit Q_{d1} .

Die aus den Quellen resultierenden Drücke in Pa sind als Momentaufnahme über das komplette Simulationsgebiet in der Abbildung 5.23 dargestellt. Wie zu erwarten, ist das Druckfeld, das aus der akustischen Quelle Q_{d1} resultiert (Abb. 5.23, oben), um ungefähr 4 Größenordnungen höher als das Druckfeld, das aus der Quelle Q_{d2} (Abb. 5.23, unten) hervorgeht. Dies entspricht auch der Verteilung der akustischen Quellen und ihrer Höchstwerte, da der Unterschied bei diesen auch ca. dem Faktor vier entspricht.

Die Abbildung 5.24 zeigt den Schalldruckpegel L_p an 9 verschiedenen Messpunkten, wie dieser aus der akustischen Quelle Q_{d1} resultiert, in Gegenüberstellung zu experimentellen Messwerten. Zur Darstellung des Schalldruckpegels wurde die bereits erwähnte Fast-Fourier-Transformation mit 2^{15} Stützstellen benutzt. Der Schalldruckpegel ist insgesamt zu hoch und entspricht nicht den experimentellen Ergebnissen. Dennoch ist an dieser Stelle die Auswirkung der Entfernung auf die Schallausbreitung erkennbar.

Der Schalldruckpegel der neu entwickelten Quelle Q_{d2} wird zur qualitativen Bewertung dieser Quelle in der Abbildung 5.25 dargestellt. Dabei ist festzustellen, dass gerade in den niederfrequenten Bereichen ($f < 500 \text{ Hz}$) die Größe des Schalldruckpegels sehr gut getroffen wird. Insgesamt ist eine sehr gute Übereinstimmung des Schalldruckpegels an allen neun Referenzpunkten im Vergleich zum Experiment sichtbar. An allen Messpunkten ist eine deutliche Überhöhung des Schalldruckpegels außerhalb des Bereichs von über 1000 Hz sichtbar, die aber auf die numerische Dispersion zurückzuführen ist. Diese resultiert aus numerischen Verfahren, die zur Approximation der Gleichungen verwendet werden. Es fällt auf, dass auch die Abnahme vom Schalldruckpegel in Abhängigkeit der Entfernung der Messpunkte von der Düse ebenfalls in diesem Fall gut wiedergegeben wird.

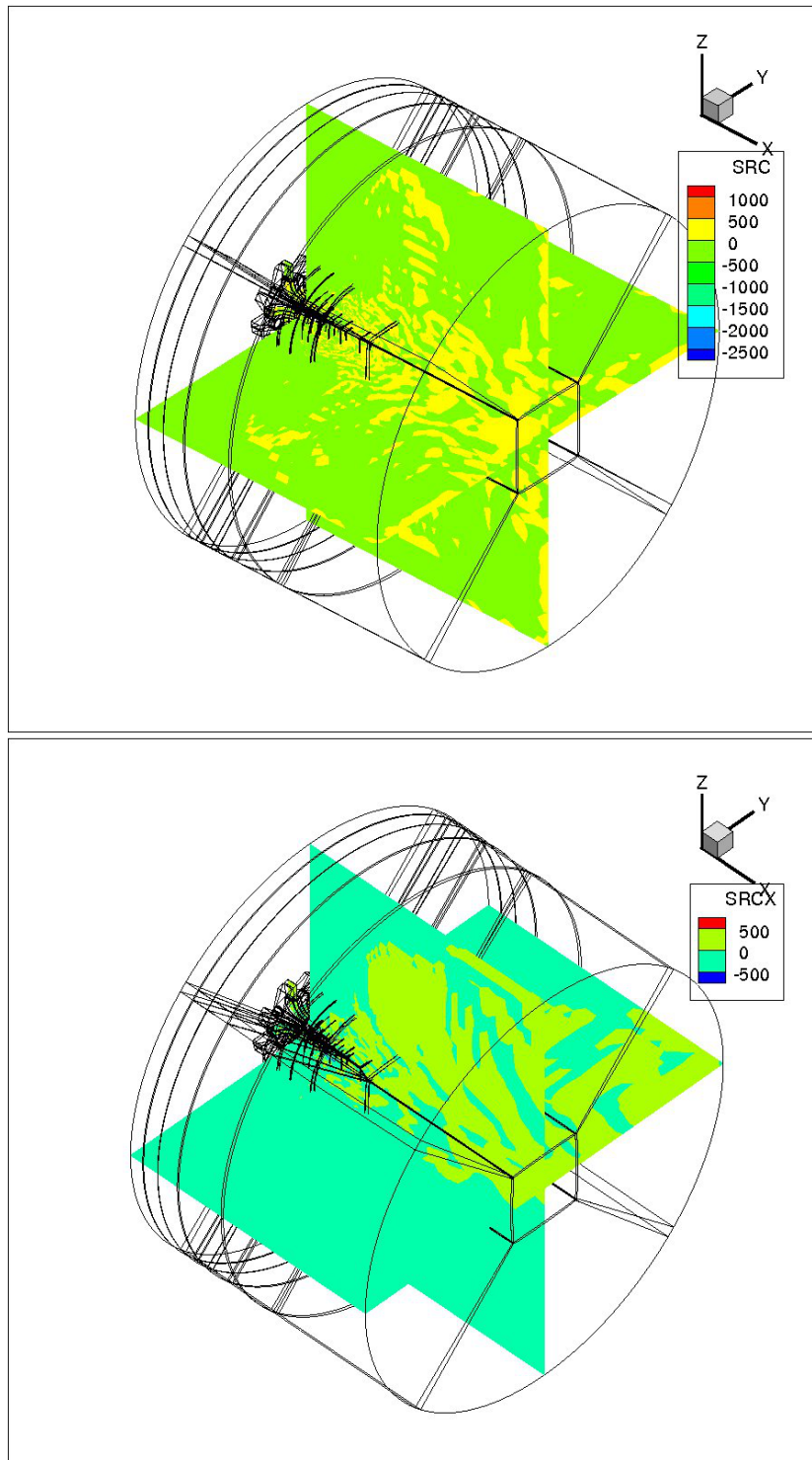


Abbildung 5.21: Verteilung der akustischen Quellen innerhalb des Simulationsgebietes $\frac{D\rho}{Dt}$ (oben) und $sTn_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ (unten).

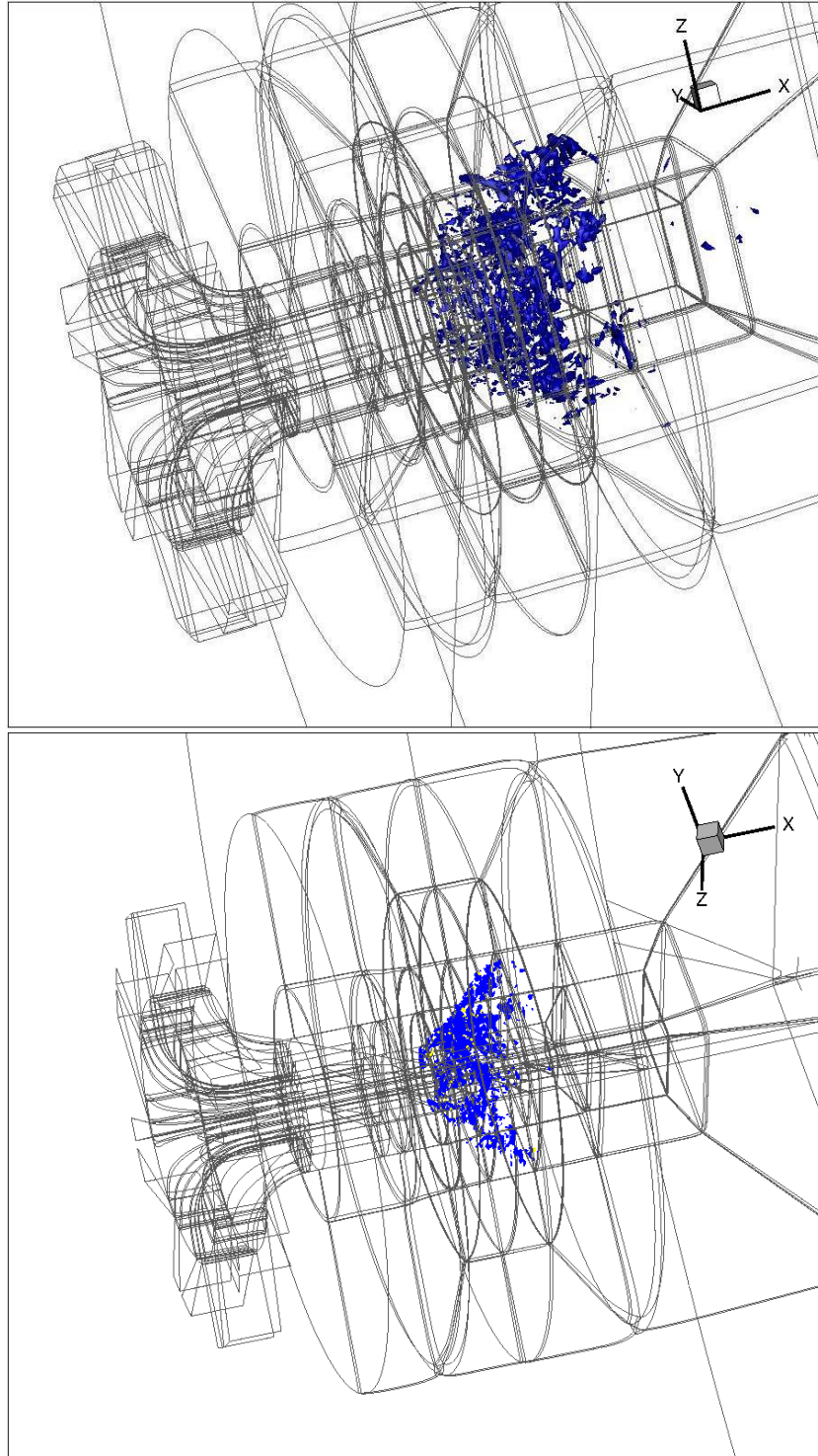


Abbildung 5.22: Verteilung der Iso-Flächen für die höchsten Werte der akustischen Quellen: $Q_{d1} = \frac{D\rho}{Dt}$ (oben) und $Q_{d2} = s_T n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ (unten). Die höchsten Werte betragen in diesem Fall für Q_{d1} ca. 10^3 und für Q_{d2} ca. $0.5 \cdot 10^3$.

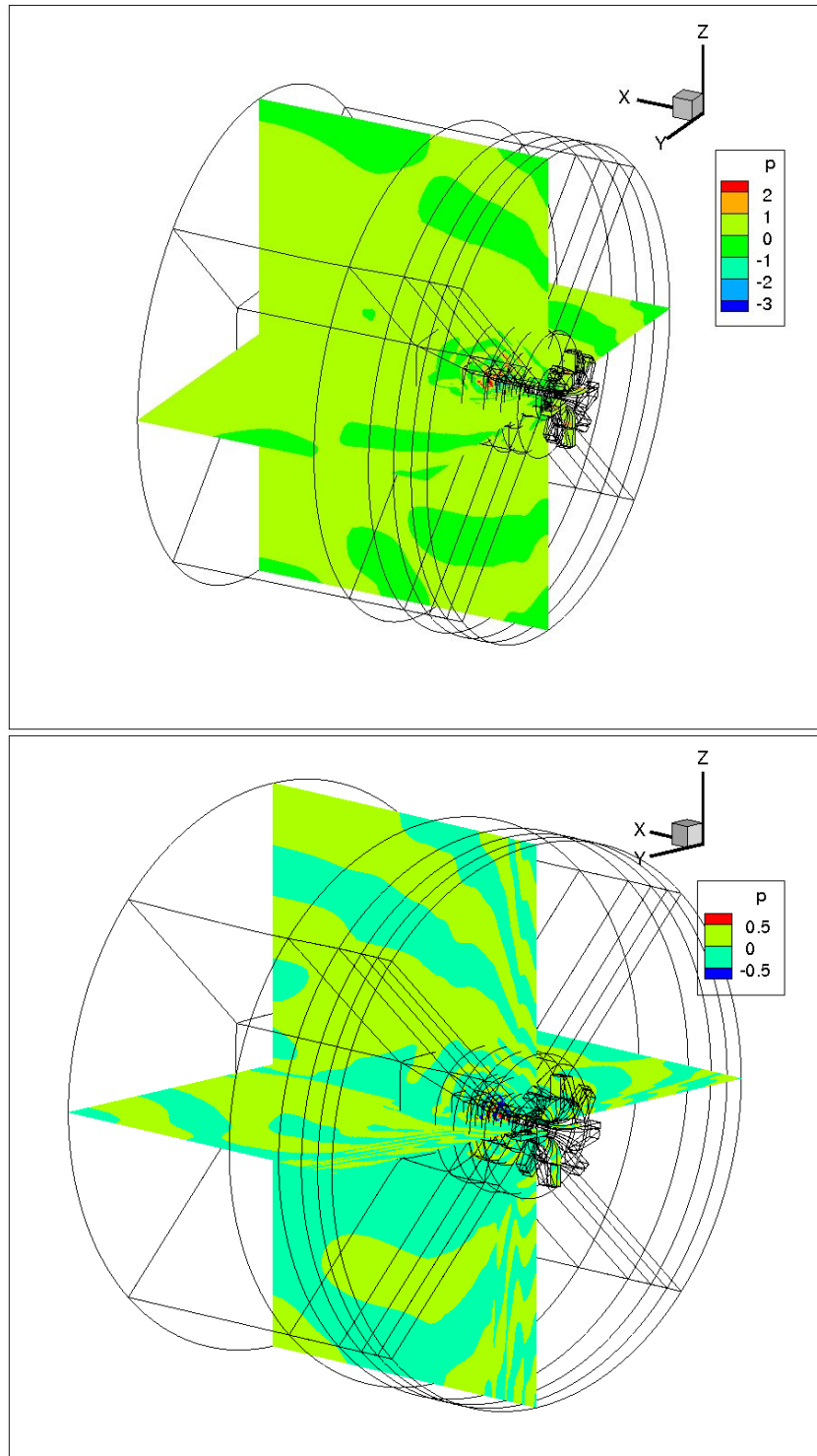


Abbildung 5.23: Verteilung der akustischen Druckschwankungen innerhalb des Simulationsgebietes. Als akustische Quellen wurden $\frac{D\rho}{Dt}$ (oben) und $s_T n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ (unten) verwendet.

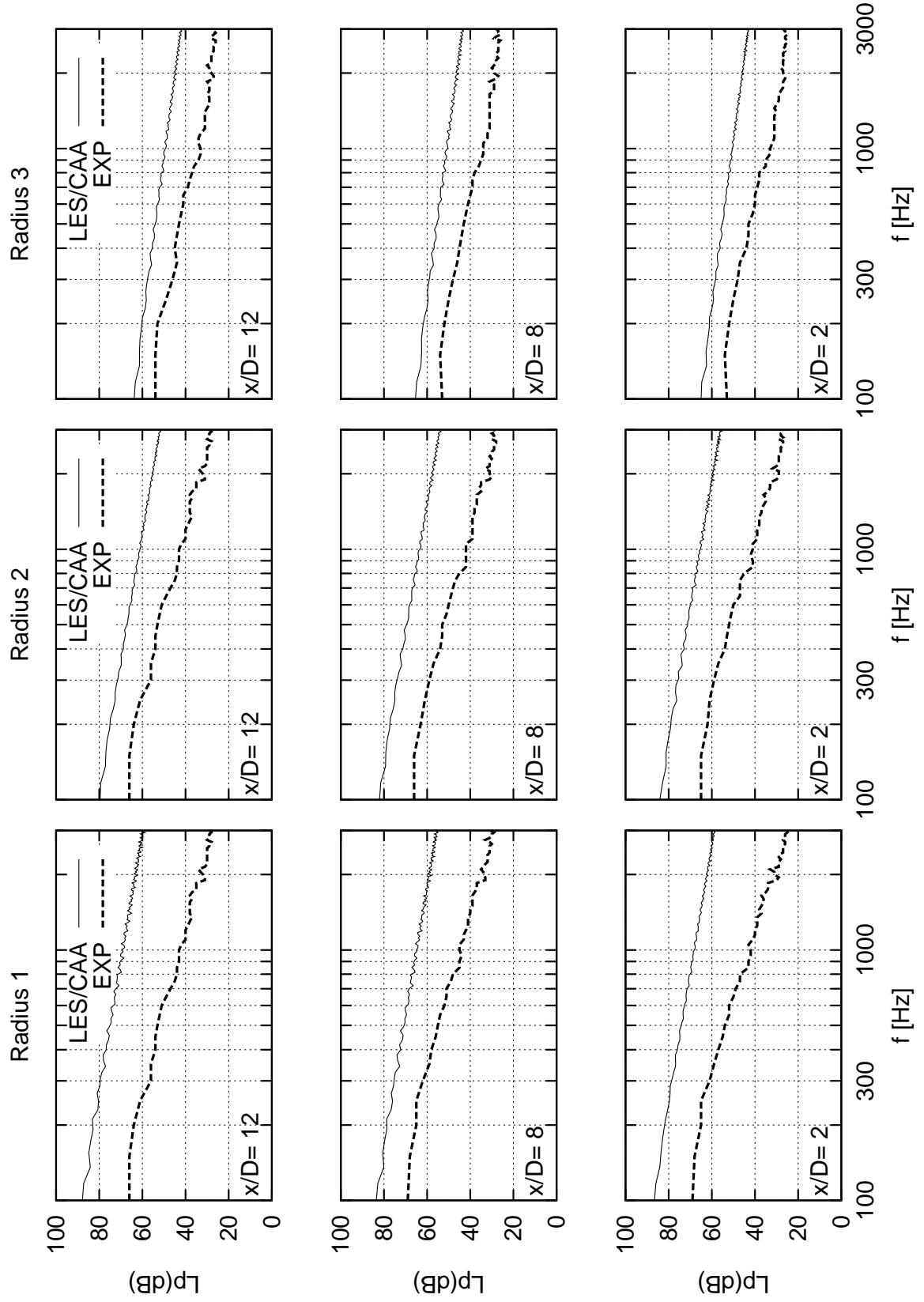


Abbildung 5.24: Schalldruckpegel in Abständen $r_1 = 20$ cm (links), $r_2 = 35$ cm (mitte) und $r_3 = 50$ cm (rechts) von der Mitte der Düse, sowie in 3 verschiedenen axialen Höhen vom 6 cm (unten), 24 cm (mitte) und 36 cm (oben) resultierend aus der Quelle $Q_d = \frac{D\rho}{Dt}$ abgebildet mit ATF-Modell

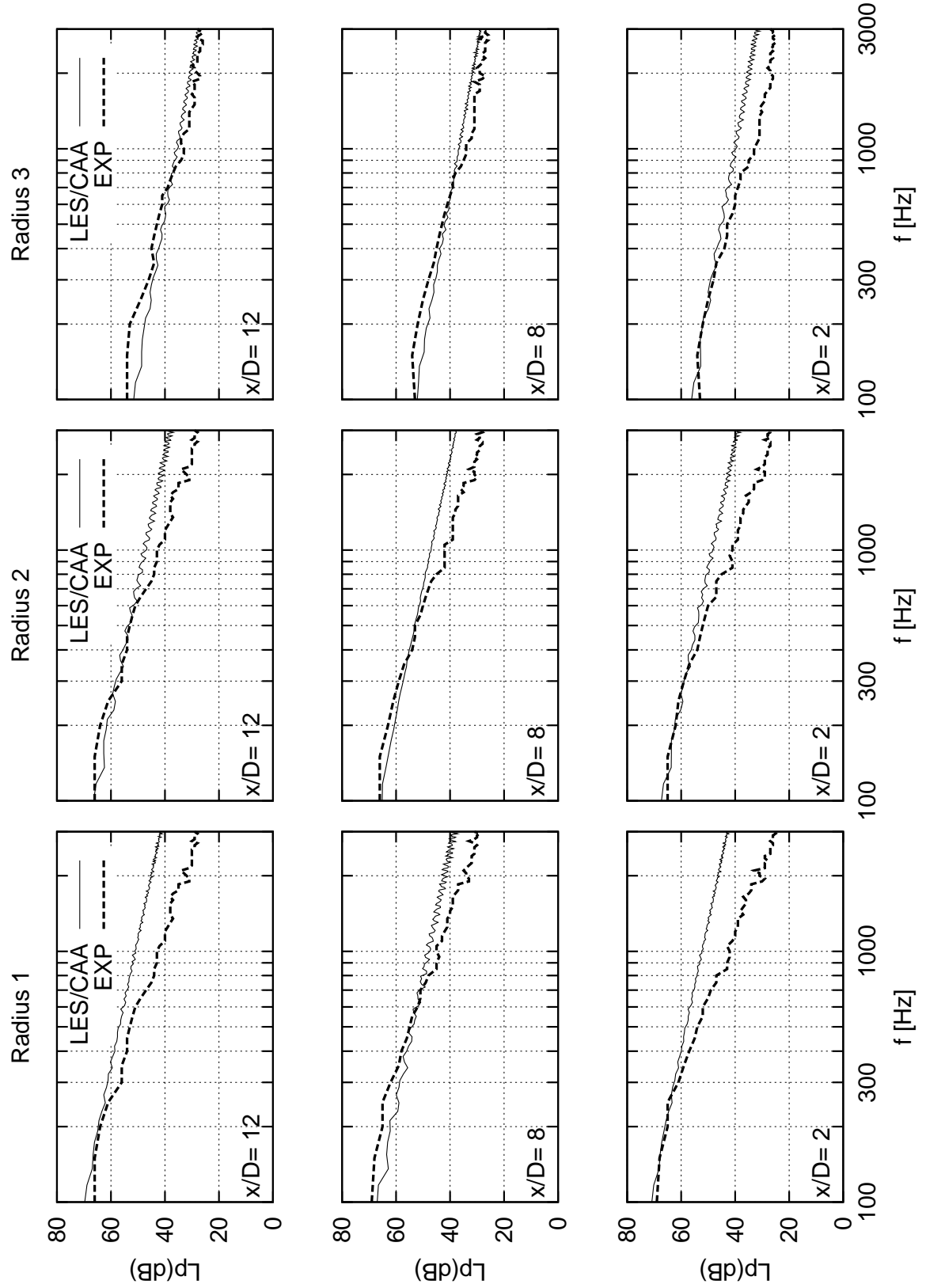


Abbildung 5.25: Schalldruckpegel in Abständen $r_1 = 20$ cm (links), $r_2 = 35$ cm (mitte) und $r_3 = 50$ cm (rechts) von der Mitte der Düse, sowie in 3 verschiedenen axialen Höhen vom 6 cm (unten), 24 cm (mitte) und 36 cm (oben) resultierend aus der Quelle $Q_d = s_t n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ abgebildet mit ATF-Modell

5.4 Vergleich der Ergebnisse

Folgendes Unterkapitel enthält einen Vergleich verschiedener Modelle (G-Gleichung, ATF) zur Abbildung vorgemischter turbulenter Flammen mit verschiedenen Quelltermformulierungen (Q_{d1} , Q_{d2}) und deren Auswirkungen auf das akustische Feld.

5.4.1 Modellierung der turbulenten Flammengeschwindigkeit s_T

Eine der ausschlaggebenden Komponenten bei der Modellierung der akustischen Quelle Q_{d2} ist die Modellierung der turbulenten Flammengeschwindigkeit s_T .

Die Abbildung von s_T im Kontext der G-Gleichung wurde in der Gleichung 4.21 dargestellt. Im Fall des Tecflam-Brenners wurde s_{sgs} mithilfe des Smagorinski- Ansatzes approximiert (siehe Unterkapitel 2.1.3) mit $C_s = 0.1$ als Modellkonstante. Die Markstein-Länge Λ wurde aus der Markstein-Zahl von 6.5 [23] ausgerechnet und ergibt somit $\Lambda = 2.08\text{mm}$. Thermische Diffusivität $D_{th} = 2.24 \cdot 10^{-5} \text{m}^2/\text{s}$ wurde derselben Quelle entnommen. Variationen der verbrannten und unverbrannten Dichte und Viskosität zusammen mit der laminaren Flammengeschwindigkeit s_L und der charakteristischen Länge l_f wurden vor der Simulation mit dem Werkzeug chem1d (siehe Kapitel 4.1.1) modelliert.

Die Abbildung 5.26 zeigt die Verteilung der turbulenten Flammengeschwindigkeit s_T für Vormischflammen modelliert mit G-Gleichungsmodell (oben) und ATF-Modell (unten).

Beim Betrachten der unterschiedlichen Verteilungen fällt auf, dass die turbulente Flammengeschwindigkeit durch die Modellierung der G-Gleichung sich ausschließlich in der Nähe der Flammenfront verteilt (siehe Bild 5.26, oben). Die Verteilung der Flammengeschwindigkeit durch das ATF-Modell (siehe Bild 5.26, unten) erstreckt sich jedoch auf das komplette Flammengebiet. Die Höchstwerte der beiden Geschwindigkeiten variieren in diesem Fall nur geringfügig. Dennoch ist es enorm wichtig, die genaue Verteilung der turbulenten Flammengeschwindigkeit in Abhängigkeit des verwendeten Modells zu betrachten, da diese einen sehr großen Beitrag zur Verteilung der akustischen Quelle Q_{d2} leistet.

5.4.2 Vergleich der akustischen Quellterme

Wie vorher gezeigt wurde (siehe Unterkapitel 5.2 und 5.3), führt die Quelltermformulierung:

$$Q_{d1} = -\bar{c}^2 \frac{\bar{\rho}}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \quad (5.4)$$

im Kontext von turbulenten vorgemischten Flammen zu großen Problemen, die bei den Diffusionsflammen nicht vorhanden sind. Durch eine sehr dünne Flammenfront, die ein Hauptmerkmal der vorgemischten Flammen darstellt, wird die zeitliche Änderung der Dichte, die im Term $\frac{D\rho}{Dt}$ enthalten ist, sehr groß. Das führt zu einem sehr hohen Wert der akustischen Quellterme und damit auch zu unphysikalisch großen Druckschwankungen und einer verzerrten Abbildung des akustischen Feldes.

Gerade unter Anwendung der G-Gleichung, wie im Unterkapitel 5.2, zur Beschreibung vorgemischter Verbrennungssysteme, wird dieses Problem sehr gut sichtbar. Durch eine unendlich dünne

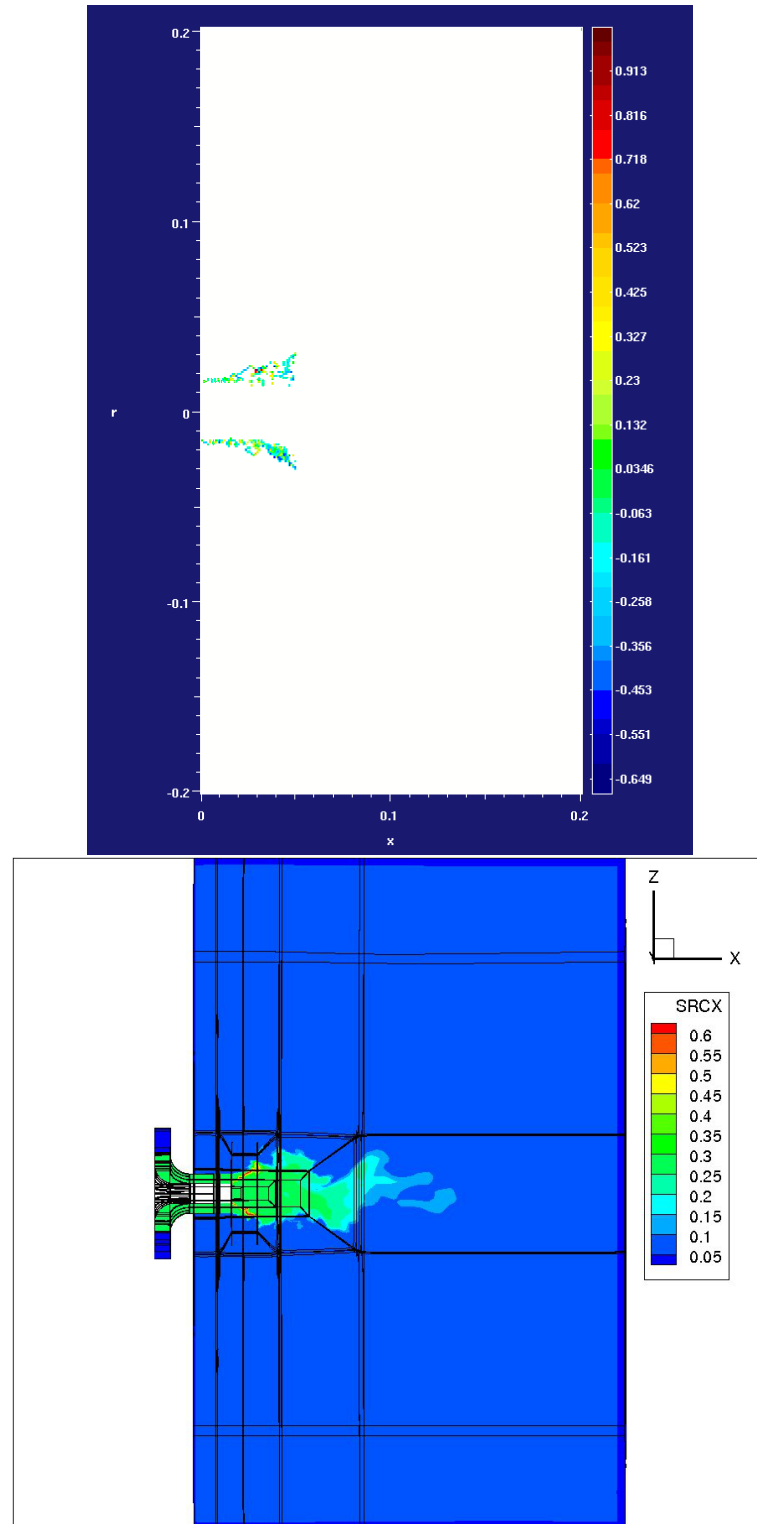


Abbildung 5.26: Momentaufnahme der turbulenten Flammengeschwindigkeit s_T modelliert mit G-Gleichungsmodell (oben) und ATF-Modell (unten).

Flammenfront (Abbildung 5.6) ergeben sich für den akustischen Quellterm sehr hohe Werte (Abbildung 5.8), die zu unphysikalisch großen Druckschwankungen führen (Bild 5.11) und somit die resultierenden Schalldruckpegel verfälschen (Abbildung 5.12).

Beim Betrachten der akustischen Ergebnisse mit Q_{d1} als Quellterm, modelliert mit ATF-Modell, fällt auf, dass die Werte der akustischen Quelle (siehe Abbildung 5.21, oben) deutlich niedriger sind im Vergleich zu Q_{d1} , modelliert mit G-Gleichung. Dies liegt an der Tatsache, dass die Flammenfront einer vorgemischten Flamme modelliert mit ATF-Modell eine Aufdickung der Flammenfront auf mehrere Zellen (meist 7-10) erfährt und somit im Gegensatz zur Modellierung mit G-Gleichung die sehr hohen Werte der zeitlichen Dichteänderung vermieden werden. Dennoch wird eine hohe Konzentration der akustischen Quellterme um die Flammenfront festgestellt (Abbildung 5.22, oben). Diese Konzentration, sowie eine flächige Verteilung des Quellterms mit relativ hohen Werten führt nun dazu, dass auch für Vormischflammen, die mit ATF-Modell abgebildet wurden, die akustische Quelltermformulierung Q_{d1} nicht zu befriedigenden Ergebnissen führt. Dies wird an hohen Druckschwankungen in der Abbildung 5.23, oben, sichtbar, aber auch am Schalldruckpegel, dargestellt in Abbildung 5.24. Im Grunde profitiert man beim Einsatz der akustischen Quelle Q_{d1} durch die Aufdickung der Flammenfront, indem man niedrigere Werte für diesen Quellterm erreicht, aber gerade diese Aufdickung stellt einen Widerspruch zur Realität dar, da die Flammenfront tatsächlich viel dünner ist.

Als Alternative wurde in dieser Arbeit eine andere Quelltermformulierung:

$$Q_{d2} = -\bar{c}^2 s_T n_i \frac{\bar{\rho}}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (5.5)$$

vorgeschlagen.

Im Fall der Modellierung mit G-Gleichung führt dieser Quellterm zu deutlich niedrigeren Werten der akustischen Quellterme (siehe Abbildung 5.14), die sich zwar immer noch auf die ereignisreiche Flammenfront konzentriert, aber zu deutlich niedrigeren Druckschwankungen (Abb. 5.13) und somit auch zu einem Schalldruckpegel (Bild 5.15) führt, der eine sehr gute Übereinstimmung zum experimentell gemessenen Pegel aufweist.

Bei der Modellierung der Vormischflamme mit dem ATF-Modell stellt die akustische Quelle Q_{d2} ebenfalls eine sehr gute Alternative dar. Auch in diesem Fall ist eine Konzentration der Quellterme um die Flammenfront zu beobachten (siehe Abbildungen 5.21, unten und 5.22, unten), dabei sind die Spitzenwerte der Quellterme um einen Faktor 4 niedriger als bei der Beschreibung der Akustik mit dem Quellterm Q_{d1} . Dies führt ebenfalls zu niedrigeren Drücken (Abb. 5.23, unten) und dementsprechend zum niedrigeren Schallpegel (Abb. 5.25), der auch mit den experimentellen Ergebnissen sehr gut übereinstimmt.

Aus diesen Beobachtungen lässt sich schlussfolgern, dass die Formulierung der akustischen Quelle Q_{d2} zur Beschreibung des akustischen Ausbreitungsfeldes für vorgemischte Flammen sehr gut geeignet ist.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden akustische Quellen vorgemischter Flammen untersucht. Hierzu wurde eine Kopplung aus inkompressibler LES für reagierende turbulente Strömungen mit einem externen Akustiklöser verwendet. Diese Kopplung basiert darauf, dass im Strömungslöser das turbulente reagierende Strömungsfeld mit den jeweiligen Modellen in einem inkompressiblen Kontext abgebildet wird, der für Flammen mit geringen Machzahlen zahlreiche Vorteile bietet. Neben der Abbildung der Strömung wird im LES-Kontext auch die akustische Quelle abgebildet, welche wird im Anschluss zusammen mit weiteren für die Akustik relevanten Fluideigenschaften, wie Dichte oder Schallgeschwindigkeit, an das jeweilige CAA-Prgramm übergeben wird. Diese Felder werden im CAA-Kontext nun dazu benutzt, das von der Quelle induzierte Druckfeld abzubilden. Als Basis für die Simulation des akustischen Feldes wurden die linearen Euler-Gleichungen verwendet.

Es kamen vier verschiedene Simulationswerkzeuge zum Einsatz. Für inkompressible LES wurden die Programme FLOWSI und FASTEST verwendet. Das Simulationsprogramm FLOWSI basiert auf einem äquidistanten zylindrischen Gitter und ist dazu geeignet, geometrisch einfache Konfigurationen effizient zu lösen, das Programm FASTEST basiert auf einem blockstrukturierten Gitter und eignet sich damit zur Abbildung komplexer Geometrien.

Zur Simulation des akustischen Feldes wurden ebenfalls zwei verschiedene Werkzeuge verwendet. Das Programm CLAWPACK wurde für vorgemischte Flammen an den Strömungslöser FLOWSI gekoppelt, das Simulationswerkzeug PIANO wurde an den Strömungslöser FASTEST für vorgemischte Flammen gekoppelt.

Das Hauptaugenmerk lag bei dieser Arbeit neben der Kopplung der verschiedenen Programme auf der Entwicklung akustischer Quellen zur Beschreibung akustischer Vorgänge in turbulenten vorgemischten Flammen. Da diese Konfigurationen eine sehr dünne Flammenfront im Vergleich zu den Diffusionsflammen aufweisen, war die Verwendung der akustischen Quellen, die für Diffusionsflammen hergeleitet wurden, nicht möglich. Daher wurde eine neue Quelle, die für den hybriden Ansatz einer LES/CAA-Simulation verwendet werden kann, entwickelt.

Um die neu entwickelte Quelle validieren zu können, wurde der Tecflam-Brenner, der am Fachgebiet für Energie- und Kraftwerkstechnik entwickelt und gebaut wurde, verwendet. Neben experimentellen Messungen der Strömung und Verbrennung wurden bei der Konfiguration im Rahmen dieser Arbeit auch experimentelle Untersuchungen der Akustik durchgeführt.

Die numerische Simulation des Tecflam-Brenners erfolgte mit zwei verschiedenen Modellen. Als ersten Schritt wurde die G-Gleichung, welche für diese Konfiguration im Simulationswerkzeug FLOWSI bereits implementiert wurde, verwendet. Durch die Kopplung des Programms CLAWPACK in zylindrischen Koordinaten konnte das akustische Feld dieser Konfiguration untersucht werden. Die neu entwickelte Quelle führte zu sehr guten Ergebnissen und somit konnte die akustische Ausbreitung nach dem Vergleich mit experimentellen Ergebnissen sehr gut wiedergegeben werden.

Als zweiten Schritt zur Validierung der neu entwickelten akustischen Quelle wurde der Tecflam-Brenner im Kontext des ATF-Modells simuliert. Diese Konfiguration stand im Simulationspro-

gramm FASTEST zur Verfügung. Da das ATF- Modell andere Eigenschaften als das G-Gleichungsmodell besitzt, wurden auch in diesem Kontext sowohl die akustischen Untersuchungen der neu entwickelten Quelle, als auch der ursprünglichen Beschreibung für Diffusionsflammen durchgeführt mit der Kopplung des CAA-Werkzeugs PIANO an den Strömungslöser FASTEST. Das Ergebnis ist gleichermaßen in diesem Fall für die neu entwickelte Quelle sehr zufriedenstellend.

Ausblick

Die Validierung der in dieser Arbeit vorgestellten akustischen Quellen war für zwei verschiedene Modelle zur Abbildung vorgemischter turbulenter Flammen in einer offenen Konfiguration sehr erfolgreich. Es wäre äußerst nützlich, diese Formulierung auch für weitere Verbrennungsmodelle im LES-Kontext, wie z.B. Flammenflächendichtemodell, Eddy-Break-Up Modell oder PDF-Modell zu testen, um die Allgemeingültigkeit dieser Quelle für vorgemischte Flammen zu überprüfen. Im Kontext dieser Arbeit wurde eine Ein-Weg-Kopplung verwendet, bei der sich das akustische Feld in Abhängigkeit des Strömungsfeldes darstellt, dieses aber selbst nicht beeinflusst. Für geschlossene Konfigurationen ist es jedoch wichtig, die Auswirkung des akustischen Feldes zurück auf die Strömung zu betrachten. In diesem Fall entsteht eine Zwei-Wege-Kopplung. Es wurden bereits erste Versuche zur Rückkopplung der Akustik auf das turbulente reagierende Strömungsfeld unternommen, doch die Herleitung eines mathematischen Modells zur Beschreibung dieses Problems wäre wünschenswert.

Literaturverzeichnis

- [1] *International Energy Agency*. 2011. – <http://www.iea.org>
- [2] ABDELHAMID, A. N. ; HARRJE, D. T. ; PLETT, E. G. ; SUMMERFIELD, M.: Noise Characteristics of Combustion Augmented Jets at Midsubsonic Speeds. In: *AIAA* 12 (1974), Nr. 3, S. 336 – 342
- [3] ADALSTEINSSON, D. ; SETHIAN, J.A.: The fast construction of extension velocities in level set methods. In: *J. Comput. Physics* 148 (1999), S. 2–22
- [4] ANGELBERGER, D. ; VEYNANTE, D. ; EGOLFOPOULUS, F. ; POINSOT, T.: Large Eddy Simulation of combustion instabilities in premixed flames. In: *Center of Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ. Summer Programm* (1998), S. 61–82
- [5] ARNOLD, J. S.: Generation of Combustion Noise. In: *J. ASME* 52 (1972), Nr. 1, S. 5 – 12
- [6] BERENGER, J.-P.: A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. In: *J. Comput. Physics* 114 (1994)
- [7] BILGER, R.W.: *Turbulent flows with nonpremixed reactants*. Libby, P.A., Williams, F.A. (Ed) in *Turbulent feactive Flows*, Springer New York, 1980
- [8] BOGER, M. ; VEYNANTE, D. ; BOUGHANEM, H. ; TROUVE, A.: Direct numerical simulation analysis of flame surface density concept for large eddy simulation of turbulent premixed combustion. In: *Proc. Combust. Inst.* (1998), S. 917–925
- [9] BORGHI, R.: *Reactions chimiques en milieu turbulent*. PhD Thesis, Université Pierre et Marie Curie Paris, 1978
- [10] BRAGG, S.L.: Combustion Noise. In: *J. Inst. of Fuel* 36 (1963), S. 12–16
- [11] BUI, T. P. ; MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. ; FLEMMING, F. ; SADIKI, A. ; JANICKA, J.: A Hybrid Method for Combustion Noise Based on LES and APE. In: *AIAA Paper 2005-3014*, 2005
- [12] BUI, T.H.: *Theoretical and Numerical Analysis of Broadband Combustion Noise*. PhD Thesis, RWTH Aachen, 2008
- [13] BUTLER, T. D. ; O'ROUKE, P. J.: A numerical method for two dimensional unsteady reacting flow. In: *Proc. Combust. Inst.* 16 (1977), S. 1503–1515
- [14] CHADWICK, P.: *Continuum Mechanics - Consice Theory and Problems*. Dover Publications, 1999

-
- [15] CHARLETTE, F. ; MENEVAU, C. ; VEYNANTE, D.: A power-law flame wrinkling model for LES of premixed turbulent combustion. Part I: Non-dynamic formulation and initial tests. In: *Combustion and Flame* 131 (2002), S. 159–180
- [16] CHIU, H. H. ; PLETT, E. G. ; SUMMERFIELD, M.: Noise Generation by Ducted Combustion Systems / AIAA. 1973 (73-1024). – Conf. Pap. AIAA Aeroacoustics Conf. and Seattle, WA, Oct 15-17
- [17] CHIU, H. H. ; SUMMERFIELD, M.: Theory of combustion noise. In: *Acta Astronautica* 1 (1974), Nr. 7-8, S. 967 – 984
- [18] CHORIN, A.J.: Numerical Solution of the Navier-Stokes equations. In: *Math. Comp.* (1968), S. 745–762
- [19] COLIN, O. ; DUCROS, F. ; VEYNANTE, D. ; POINSOT, T.: A thickened flame model for large eddy simulations of turbulent premixed combustion. In: *Phys. Fluids* 12 (2000), S. 1843–1863
- [20] CORIN, A.J. ; MARDSEN, J.: *A Mathematical introduction to Fluid Mechanics*. Springer Verlag, 1993
- [21] CRIGHTON, D. G. ; DOWLING, A. P. ; FLOWCS WILLIAMS, J. E. ; HECKL, M. ; LEPPINGTON, F. G.: *Modern Methods in Analytical Acoustics*. Springer Verlag, 1992
- [22] DAMKÖHLER, G.: Der Einfluß der Turbulenz auf die Flammengeschwindigkeit in Gasgemischen. In: *Z. Elektrochem.* 46 (1940), S. 601–652
- [23] DAVIS, S.G. ; QUINARD, J. ; SEARBY, G.: Determination of Markstein numbers in counter-flow premixed flames. In: *Combustion and Flame* 130(1-2) (2002), S. 112–122
- [24] DELFS, J.W. ; BAUER, M. ; EWERT, R. ; GROGGER, H. A. ; LUMMER, M. ; LAUKE, T.G.W.: *Numerical Simulation of aerodynamic Noise with DLR's aeroacoustic code PIANO*. Piano manual for version 5.2, 2008
- [25] DOAK, P. E.: Analysis of Internally Generated Sound in Continuous Materials: 3. The Momentum Potential Field Description of Fluctuating Fluid Motion as a Basis for a Unified Theory of Internally Generated Sound. In: *J. Sound Vibr.* 26 (1973), Nr. 1, S. 91 – 120
- [26] DURANT, L. ; POLIFKE, W.: Implementation of the thickened flame model for large eddy simulation of turbulent premixed combustion in a commercial solver. In: *ASME Turbo Expo Conf. Proc.* (2007), S. 869–878
- [27] DURRAN, D.R.: *Numerical Methods for Wave Equations in Geophysical Fluid dynamics*. New York, USA, SV, Texts in Applied Mathematics, TAM 32, 1999
- [28] DÜSING, M.: *Large Eddy Simulation turbulenter Vormischflammen*. PhD Thesis, Technische Universität Darmstadt, 2004
- [29] EWERT, R. ; SCHRÄIDER, W.: Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering. In: *J. Comput. Physics* 188 (2003), S. 365–398

- [30] EWERT, R. ; SCHRÖDER, W.: On the Simulation of Trailling Edge Noise with a Hybrid LES/APE Method. In: *J. Sound Vibration* 270 (2004), S. 509–524
- [31] FERZIGER, J.H. ; PERIC, M.: *Computational Methods for Fluid dynamics*. Springer Verlag, 2002
- [32] FLEMMING, F.: *On the Simulation of Noise Emissions by Turbulent Non-Premixed Flames*. PhD Thesis, Technische Universität Darmstadt, 2006
- [33] FLEMMING, F. ; SADIKI, A. ; JANICKA, J.: Strategies for Coupling Large-Eddy Simulations with Computational Aeroacoustics. In: *Proc. Joint Congress CFA/DAGA'04*. Strasbourg, France : Société Française d'Acoustique & Deutsche Gesellschaft für Akustik e.V., März 2004, S. 117–118
- [34] FORKEL, H.: *Über die Grobstruktursimulation turbulenten Wasserstoff-Diffusionsflammen*. PhD Thesis, Technische Universität Darmstadt, 1999
- [35] FORKEL, H. ; JANICKA, J.: Large-Eddy Simulation of a Turbulent Hydrogen Diffusion Flame. In: *Flow, Turbulent Combust.* 65 (2000), S. 163–175
- [36] FREITAG, M.: *Numerical simulation of premixed combustion taking into account variable mixtures*. PhD Thesis, Technische Universität Darmstadt, 2007
- [37] FREITAG, M. ; JANICKA, J.: Investigation of a strongly swirled unconfined premixed flame using LES. In: *Proc. Combust. Inst.* 31(1) (2007), S. 1477–1485
- [38] GERMANO, M. ; PIOMELLI, U. ; MOIN, P. ; CABOT, W.: A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. In: *Phys. Fluids A* 3(7) (1991), S. 1760–1765
- [39] GEURTS, B.J. ; FRÖHLICH, J.: A framework for predicting accuracy limitations in large-eddy simulations. In: *Phys. Fluids* 14 (2002), S. L41–L44
- [40] GEYER, D. ; DREIZLER, A.: Evaluation of raman scattering experiments in hydrocarbon flames. In: *Proc. Laser Applications to Chemical and enviromental Analysis* (2004)
- [41] GODUNOV, S.K.: A difference method for numerical calculation of discontinuos solutions of the equations of hydrodynamics. In: *Mat. Sb.* 47 (1959)
- [42] GOEY, de P. ; OIJEN, van J.: *Chem1d*. 2003. – <http://www.wtb.tue.nl/nl/organisatie/combustion-technology/chem1d/>
- [43] GRÖSCHEL, E. ; SCHRÖDER, W. ; RENZE, P. ; MEINKE, M. ; COMTE, P.: Noise Prediction for a Turbulent Jet Using Different Hybrid Methods. In: *Computers and Fluids* 37 (2008), Nr. 4, S. 414–426
- [44] HAHN, F.: *Zur Vorhersage technischer Verbrennungssysteme im Hinblick auf flüssige Brennstoffe*. PhD Thesis, Technische Universität Darmstadt, 2009
- [45] HARRIS, F.J.: On the use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform. In: *Proceedings of the IEEE* 66(1) (1978), S. 51–83

-
- [46] HASSAN, H.A.: Scaling of Combustion-Generated Noise. In: *J. Fluid Mech.* 66 (1974), Nr. 3, S. 445 – 453
- [47] HU, F. Q. ; HUSSAINI, M. Y. ; MANTHEY, J. L.: Low-Dissipation and Low-Dispersion Runge-Kutta Schemes for Computational Acoustics. In: *J. Comput. Physics* 124 (1996), Nr. 1, S. 177–191
- [48] KARNI, S.: Far-field filtering operators for suppression of reflections from artificial boundaries. In: *SIAM, J. Numer. Analysis* 33(3) (1996), S. 1014–1047
- [49] KELLER, D.: *Herleitung und Lösung einer skalaren Feldgleichung zur Beschreibung von Flammenfonten*. PhD Thesis, RWTH Aachen, 1993
- [50] KEMPF, A.: *Large Eddy Simulation of Non-Premixed Turbulent Flames*. PhD Thesis, Technische Universität Darmstadt, 2003
- [51] KERSTEIN, A.R.: Linear-eddy modeling of turbulent scalar transport and mixing. In: *Combust. Sci. Tech.* 60 (1988), S. 391–421
- [52] KLEIN, M. ; SADIKI, A. ; JANICKA, J.: A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulation. In: *J. Comput. Physics* 186 (2003), S. 652–665
- [53] KLEIN, S. A. ; KOK, J. B. W.: Sound Generation of Turbulent Non-premixed Flames. In: *Combust. Sci. and Tech.* 149 (1999), S. 267 – 295
- [54] KLEIN, S.A.: *On the acoustics of turbulent non-premixed flames*. PhD Thesis, Universiteit Twente, 2000
- [55] KLEWER, C.: *Numerische Berechnung von Verbrennungslärm und thermoakustischen Instabilitäten*. PhD Thesis, Technische Universität Darmstadt, 2011
- [56] KNOTT, P. R.: Noise Generated by Turbulent Non-Premixed Flames / AIAA. 1971 (71-732). – Forschungsbericht
- [57] KOLLMANN, W: *Kommunikation bezüglich der Herleitung akustischer Quellen*. 2011
- [58] KOTAKE, S. ; HATTA, K.: On the Noise of Diffusion Flames. In: *Japan Society of Mechanical Engineers Journal* 8 (1965), Nr. 30, S. 211 – 219
- [59] KUMAR, R. N.: Further Experimental Results on the Structure and Acoustic of Turbulent Jet Flames / AIAA. 1975 (75-523). – Conf. Pap. AIAA Aeroacoustics Conf.. Hampton, VA, March 24-26
- [60] KÜNNE, G. ; KETELHEUN, A. ; JANICKA, J.: LES modeling of premixed combustion using a thickened flame approach coupled with FGM tabulated chemistry. In: *Combust. Flame* 159 (2011), S. 1750–1767
- [61] KUO, K. K.: *Principals of Combustion*. John Wiley, New York, 1986
- [62] LEGIER, J.P. ; POINSOT, T. ; VEYNANTE, D: Dynamically thickened flame LES model for premixed and non-premixed turbulent combustion. In: *Proceedings of the Summer Program, Center for Turbulence Research* (2000), S. 157–168

-
- [63] LEINHÄUSER, T. ; SCHÄFER, M.: Improved linear interpolation practice for finite-volume schemes on complex grids. In: *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 38 (2002), S. 625–645
- [64] LEONARD, A.: Energy cascade in large-eddy simulation of turbulent fluid flows. In: *Advances in Geophysics* 18(A) (1974), S. 237–248
- [65] LEVEQUE, R. J.: Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems. In: *Cambridge University Press* Cambridge, UK (2002)
- [66] LEVEQUE, R.J.: *Conservation law package version 4.2. Department of Applied Mathematics.* – 1994-2006. University of Washington, Seattle, WA, www.amath.washington.edu/claw
- [67] LEWANDOWSKI, S.: *Heapsort Varianten in Theorie und Praxis.* Studienarbeit, Uni Stuttgart, 1996
- [68] Lighthill, M. J.: On Sound Generated Aerodynamically: I. General Theory. In: *Proc. R. Soc. London Ser. A* 211 (1952), S. 564–587
- [69] Lighthill, M. J.: On Sound Generated Aerodynamically: II. Turbulence as a source of sound. In: *Proc. R. Soc. London Ser. A* 222 (1954), S. 1 – 32
- [70] Lilly, D.K.: A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. In: *Phys. Fluids A* 4 (1992), Nr. 3, S. 633–635
- [71] MA, L.: *Random oscillations of mechanical system (lecture notes).* University of California Berkeley, 2001
- [72] NOGEMYR, K.-J. ; PETERSSON, P. ; BAI, X.S. ; NAUERT, A. ; OLOFSSON, J. ; BRACKMAN, C. ; SEYFRIED, H. ; ZETTERBERG, J. ; LI, Z.S. ; RICHTER, M. ; DREIZLER, A. ; LINNE, M. ; ALDEN, M.: Large eddy simulation and experiments of stratified lean premixed methane/air turbulent flames. In: *Proc. Combust. Inst.* 31 (2007), S. 1467–1475
- [73] OLBRICHT, C.: *Numerische Berechnung technischer Verbrennungssysteme.* PhD Thesis, Technische Universität Darmstadt, 2009
- [74] OSHER, S. ; FEDKIW, R.: *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces.* Springer Verlag, New York, 2003
- [75] PETERS, N.: *Turbulent Combustion.* Cambridge University Press, 2000
- [76] PITSCH, H.: Large Eddy Simulation of Turbulent combustion Systems. In: *Proc. Combust. Inst.* 30, S. 537–547
- [77] PITSCH, H.: A consistent level set formulation for large-eddy simulation of premixed turbulent combustion. In: *Combustion and Flame* 143(4) (2005), S. 587–598
- [78] POINSOT, T. ; VEYNANTE, D.: *Theoretical, Numerical Combustion.* Edwards, 2001
- [79] POINSOT, T. ; VEYNANTE, D.: *Theoretical, Numerical Combustion.* 2nd Edition, Edwards, 2005

-
- [80] POPE, S. B.: Turbulent Premixed Flames. In: *Annual review of Fluid Mechanics* 19 (1987), S. 237–270
- [81] POPE, S.B.: *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000
- [82] PRANDTL, L.: Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz. In: *Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl* (1945), S. 6–19
- [83] PRICE, R. B. ; HURLE, I. R. ; SUDGEN, T. M.: Optical studies of the generation of noise in turbulent flames. In: *Proceedings of the 12th Int. Combustion Symposium* The Combustion Institute (Veranst.), 1968, S. 1095–1101
- [84] RICHTER, K. ; FRIEDRICH, L. ; SCHMITT, L.: Large-eddy simulation of turbulent wall boundary layers with pressure gradient. In: *6th Symposium on Turbulent Shear Flows, Toulouse, Frankreich* 6 (1987)
- [85] ROBERTS, J. P. ; LEVENTHALL, H. G.: The noise of natural gas burners. In: *Applied Acoustics* 4 (1971), Nr. 2, S. 103 – 113
- [86] ROTT, N.: Note on the history of the Reynolds number. In: *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 22 (1990), S. 1–11
- [87] ROTTA, J.C.: Statistische Theorie nicht homogener Turbulenz. In: *Z.Phys.* 129 (1951), S. 547–572
- [88] RUSSO, G. ; SMEREKA, P: A remark on computing distance functions. In: *J. Comput. Physics* 163 (2000), S. 51–67
- [89] SAGAUT, P.: *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows*. Springer Verlag, Berlin, 1998
- [90] SAIKI, E. ; BIRINGEN, S.: Numerical Simulation of a cylinder in uniform flow: Application of a virtual boundary method. In: *JCP* 123(2) (1996), S. 450–465
- [91] SCHNEIDER, C.: *Über die Charakterisierung von Turbulenzstrukturen in verdrahteten Strömungen*. PhD Thesis, Technische Universität Darmstadt, 2003
- [92] SCHNEIDER, C. ; DREIZLER, A. ; JANICKA, J.: Fluid dynamical analysis of atmospheric reacting and isothermal swirling flows. In: *Flow, Turb. Combust.* 74 (2005), S. 103–127
- [93] SCHNEIDER, C. ; DREIZLER, A. ; JANICKA, J. ; HASSEL, E.P.: Flow field measurements of stable and locally extinguishing hydrocarbon-fuelled jet flames. In: *Combust. Flame* 135 (2003), Nr. 1-2, S. 185–190
- [94] SCHWARZ, A. ; HEEGER, C. ; KLEWER, C. ; DREIZLER, A. ; JANICKA, J.: *Experimentelle akustische Untersuchungen des Tecflam-Brenners*. Messreihe in Zusammenarbeit mit dem Fachgebiet Systemzuverlässigkeit und Maschinenakustik von Prof. Dr.-Ing. H. Hanselka an der Technischen Universität Darmstadt, 2010
- [95] SCHWARZ, A. ; JANICKA, J. ; EDITORS: *Combustion Noise*. Springer Verlag, 2009
- [96] SEDGEWICK, R.: *Algorithmen*. ASW, Bonn, 1991

-
- [97] SELLE, L. ; LARTIGUE, G. ; POINSOT, T. ; KOCH, R. ; SCHILDMACHER, K.-U. ; KREBS, W. ; PRADE, B. ; KAUFMANN, P. ; VEYNANTE, D.: Compressible large eddy simulation of turbulent combustion in complex geometry on unstructured meshes. In: *Combust. Flame* 137 (2004), S. 489–505
- [98] SHEPARD, D.: A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data. In: *Proceedings of the 23rd ACM national conference* (1968), S. 517–524
- [99] SMAGORINSKY, J.S.: General circulation experiments with the primitive equations, 1. The basic experiment. In: *Mon. Weather Rev.* 91 (1963), S. 99–164
- [100] SMITH, T. J. B. ; KILHAM, J. K.: Noise Generation by Open Turbulent Flames. In: *J. Acoust. Soc. Am.* 35 (1963), Nr. 5, S. 715 – 724
- [101] SPALDING, D.: Development of the Eddy-Break-Up model of turbulent combustion. In: *16th Symp. on Combustion, The Combustion Insitute* (1976), S. 1657–1663
- [102] SPURK, J.H.: *Strömungslehre*. Springer Verlag, 1996
- [103] STRAHLE, W. C.: Some results in combustion generated noise. In: *J. Sound Vibration* 23 (1972), Nr. 1, S. 113 – 125
- [104] SUSSMANN, M. ; SMEREKA, P. ; OSHER, S.: A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. In: *J. Comput. Physics* 114 (1994), S. 146–59
- [105] TAM, C. K. W. ; WEBB, J. C.: Dispersion-Relation-Preserving Finite Difference Schemes for Computational Acoustics. In: *J. Comput. Physics* 107 (1993), Nr. 2, S. 262–181
- [106] TAM., C.K.W. ; DONG, Z.: Wall boundary conditions for high-order finite-difference schemes in computational aeroacoustics. In: *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* 6 (1994), S. 303–322
- [107] THIEL-BOEHM, A.: *Explosionsgrenzen methanhaltiger Brenngasgemische - experimentelle Bestimmung und Simulation*. PhD Thesis, Uni-GH Paderborn, 1990
- [108] TRUFFAUT, J. M. ; SEARBY, G. ; BOYER, L.: Sound emission by non-isomolar combustion at low Mach numbers. In: *Combust. Theory Modelling* 2 (1998), S. 423–428
- [109] TURNS, S.R.: *An Introduction to Combustion: Concepts and Applications*. McGraw Hill, 2000
- [110] VAN LEER, B.: Towards the ultimate conservative difference scheme II. Monotonicity and conservation combined in a second order scheme. In: *J. Comput. Physics* 14 (1974), S. 361–370
- [111] VERVISCH, L. ; VEYNANTE, D.: Turbulent combustion modelling. In: *Prog. Energy Combust. Sci.* 28 (2002), S. 193–266
- [112] VEYNANTE, D. ; POINSOT, T.: Reynolds Averaged and Large Eddy Simulation Modeling for Turbulent Combustion. In: *New Tools in Turbulence Modelling* Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York (1997), S. 105–140

- [113] WARNATZ, J. ; DIBBLE, R.W. ; MAAS, U.: *Combustion*. Springer Verlag, New-York. Physical and Chemical Fundamentals. Modeling and Simulation, Experiments, Pollutant Information., 1996
- [114] WARNATZ, J. ; MAAS, U.: *Technische Verbrennung*. Springer Verlag, 1992
- [115] WELCH, P.D.: The Use of Fast Fourier Transform of the Estimation of Power Spectra: A Method based on time Averaging Over Short, Modified Periodograms. In: *IEEE Transactions on Audio Aero Electroacoustics* 15 (1967), S. 70–73
- [116] WILLIAMS, F.: Combustion Theory. In: *ADW Reading* (1985)
- [117] WILLIAMS, J. E. F. ; HOWE, M. S.: The generation of sound by density inhomogeneities in low Mach number nozzle flows. In: *J. Fluid Mech.* 70 (1975), Nr. 3, S. 605 – 622
- [118] ZHANG, F. ; HABISREUTHER, P. ; HETTEL ; M. ; BOCKHORN, H.: Numerical simulation of noise emission from a non-premixed flame. In: *Gaswärme International* 3 (2011), S. 1–6
- [119] ZHANG, F. ; HABISREUTHER P., M. ; BOCKHORN, H: Numerical computation of combustion induced noise using compressible LES and hybrid CFD/CAA methods. In: *Acta Acustica united with Acustica* 98 (2012), S. 120–134
- [120] ZHAO, H.K. ; CHAN, T. ; MERRIMAN, B. ; OSHER, S.: A Variation Level set Approach to Multiphase Motion. In: *J. Comput. Physics* 127 (1996), S. 179–195

Abbildungsverzeichnis

2.1	Schematische Darstellung des Spektrums der kinetischen Energie $E(\kappa)$ als Funktion der Wellenzahl κ	10
2.2	Struktur der Flammenfront einer laminaren Methanflamme	17
2.3	Erfüllung der Massenkontinuität $\dot{m} = const$ über der Flammenfront	18
2.4	Borghi-Diagramm	19
2.5	Definition des Zwei-Stoff-Systems Brennstoff/Luft	21
2.6	Verlauf der laminaren Flammengeschwindigkeit s_L in Abhängigkeit von Äquivalenzrate Φ	24
2.7	Methode der künstlich verdickten Flammen	25
3.1	Skalenseparation bei CFD/CAA Simulation	37
3.2	Ein-Weg-Kopplung von CFD an CAA	38
3.3	Zwei-Wege-Kopplung zwischen CFD und CAA	38
3.4	Koordinatentransformation. Der obere Punkt wird nach der Lagrange-Methode transformiert, der untere Punkt stellt einen Punkt in nicht transformierten Koordinaten dar.	42
4.1	Ausschnitt aus einem Gitter in der x, y -Ebenen. Die Nachbarschaftsbezeichnungen in Kompassnotation sind beispielhaft im Gitter eingetragen.	50
4.2	Darstellung der Wellen in der x_1, t -Ebene, die durch das Riemann-Problem an der Zellfläche entstehen.	56
4.3	Schematische Darstellung der Rechengebiete von LES und CAA. Das Gebiet der akustischen Simulation ist dabei deutlich größer. Simulation mit FLOWSI und CLAWPACK.	62
4.4	Schematische Darstellung der Rechengebiete von LES (rechts) und CAA (links). Simulation mit FASTEST und PIANO.	63
5.1	Moveable-Block-Drallbrenner	65
5.2	Anordnung von Mikrofonen in der experimentellen Untersuchung mit $\Delta x = 6cm$, $r_1 = 0.2m$, $r_2 = 0.35m$ und $r_3 = 0.5m$. Für die numerischen Untersuchungen wurden Punkte in drei verschiedenen axialen Höhen : $P_1 = 12cm$, $P_2 = 48cm$ und $P_3 = 72cm$ von der Eintrittsdüse verwendet.	66
5.3	Klassifizierung des Tecflam-Brenners im Borghi-Peters Diagramm.	67
5.4	Radiale Profile der mittleren Strömungsgeschwindigkeit in verschiedenen axialen Höhen simuliert mit G-Gleichung	69
5.5	Radiale Profile der Standardabweichungen der Geschwindigkeiten in verschiedenen axialen Höhen simuliert mit G-Gleichung	70
5.6	Momentaufnahme der Dichteverteilung simuliert mit G-Gleichung	71
5.7	Momentaufnahme des Mischungsgrades der reagierenden Strömung simuliert mit G-Gleichung	72

5.8	Verteilung des Quellterms $\frac{D\rho}{Dt}$	74
5.9	Der erste und kritische Teil der akustischen Quelle $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ als Momentaufnahme	75
5.10	Der zweite Teil der akustischen Quelle $u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ als Momentaufnahme	76
5.11	Druckschwankungen in Pa am Punkt $P1 = r_1$ als Resultat der akustischen Quelle $Q_{d1} = \frac{D\rho}{Dt}$	77
5.12	Schalldruckpegel bei einem Düsenabstand von 0.2 m als Ergebnis des akustischen Quellterms $Q_{d1} = \frac{D\rho}{Dt}$ simuliert mit FLOWSI/CLAWPACK und modelliert mit G-Gleichung	77
5.13	Druckschwankungen in Pa an 3 verschiedenen Punkten mit $P1=r_1$, $P2=r_2$ und $P3=r_3$ als Ergebnis des neuformulierten akustischen Quellterms $Q_{d2} = s_t n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$	78
5.14	Verteilung des Quellterms $s_t n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ als Momentaufnahme	78
5.15	Schalldruckpegel in Abständen $r_1=20\text{cm}$ (links), $r_2=35\text{cm}$ (mitte) und $r_3=50\text{cm}$ (rechts) von der Mitte der Düse, sowie in 3 verschiedenen axialen Höhen von 6cm (unten), 24 cm (mitte) und 36 cm (oben) resultierend aus der Quelle $Q_{d2} = s_t n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ abgebildet mit G-Gleichung.	79
5.16	Numerisches Gitter zur Abbildung vom Tecflam-Brenner in FASTEST/PIANO	80
5.17	Profile der mittleren Strömungsgeschwindigkeit und deren RMS-Werte in verschiedenen axialen Höhen in axiale Richtung simuliert mithilfe des ATF-Modells	81
5.18	Profile der mittleren Strömungsgeschwindigkeit und deren RMS-Werte in verschiedenen axialen Höhen in radiale Richtung simuliert mithilfe des ATF-Modells	82
5.19	Profile der mittleren Strömungsgeschwindigkeit in tangentialer Richtung und der RMS-Werte in verschiedenen axialen Höhen simuliert mithilfe des ATF-Modells	83
5.20	Mittlere Temperaturprofile in verschiedenen axialen Höhen simuliert mithilfe der G-Gleichung	84
5.21	Verteilung der akustischen Quellen innerhalb des Simulationsgebietes $\frac{D\rho}{Dt}$ (oben) und $s_T n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ (unten).	86
5.22	Verteilung der Iso-Flächen für die höchsten Werte der akustischen Quellen: $Q_{d1} = \frac{D\rho}{Dt}$ (oben) und $Q_{d2} = s_T n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ (unten). Die höchsten Werte betragen in diesem Fall für Q_{d1} ca. 10^3 und für Q_{d2} ca. $0.5 * 10^3$	87
5.23	Verteilung der akustischen Druckschwankungen innerhalb des Simulationsgebietes. Als akustische Quellen wurden $\frac{D\rho}{Dt}$ (oben) und $s_T n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ (unten) verwendet.	88
5.24	Schalldruckpegel in Abständen $r_1=20\text{cm}$ (links), $r_2=35\text{cm}$ (mitte) und $r_3=50\text{cm}$ (rechts) von der Mitte der Düse, sowie in 3 verschiedenen axialen Höhen vom 6cm (unten), 24 cm (mitte) und 36 cm (oben) resultierend aus der Quelle $Q_d = \frac{D\rho}{Dt}$ abgebildet mit ATF-Modell	89
5.25	Schalldruckpegel in Abständen $r_1=20\text{cm}$ (links), $r_2=35\text{cm}$ (mitte) und $r_3=50\text{cm}$ (rechts) von der Mitte der Düse, sowie in 3 verschiedenen axialen Höhen vom 6cm (unten), 24 cm (mitte) und 36 cm (oben) resultierend aus der Quelle $Q_d = s_t n_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ abgebildet mit ATF-Modell	90
5.26	Momentaufnahme der turbulenten Flammengeschwindigkeit s_T modelliert mit G-Gleichungsmodell (oben) und ATF-Modell (unten).	92

Publikationen

Bücher

A., SCHWARZ, J., JANICKA, EDITORS: *Combustion Noise*, Springer Verlag, New York, 2009.

Zeitschriften

M., STAUFER, A., SCHWARZ, J., JANICKA: *On the Simulation of Premixed Flames and Coupling of Large Eddy Simulation with Computational Aeroacoustics*, Acta Acoustica united with Acustica, Vol. 95, pp. 409-417, 2009

Konferenzen

A., SCHWARZ, M., FREITAG, J., JANICKA: *Towards a LES based study of Combustion Noise in Turbulent Premixed Swirled Flame: Flow and Scalar Field*, the 11th CEAS-ASC Workshop of X3-Noise, Lisbon, Portugal, 2007

A., SCHWARZ, E., SCHNEIDER, J., JANICKA: *On the LES of Partially Premixed Flames in a Model Combustor*, International Conference on Jets, Wakes and Separated Flows, Berlin, Germany, 2008

Lebenslauf

Name	Anna Schwarz	
Geburtsdatum	26. Februar 1980	
Geburtsort	Stadt Gurjew, Kasachstan	
Schulbildung	09.1997 - 06.2000	JOHANNEUM GYMNASIUM HERBORN Allgemeine Hochschulreife
Studium	10/2000 - 10/2006	TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARM- STADT Fachrichtung: Allgemeiner Maschinenbau Vertiefung: Energietechnik, Strömungsmechanik, Thermodynamik, Numerische Simulation
Wissenschaftliche Mit- arbeiterin	10/2006 - 11/2011	TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARM- STADT Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Fachgebiet Energie- und Kraftwerkstechnik Prof. Dr.-Ing. J. Janicka